ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 1er FÉVRIER 1932.

PRÉSIDENCE DE M. ROBERT BOURGEOIS.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

POLARISATION ROTATOIRE MAGNÉTIQUE. — Sur le pouvoir rotatoire magnétique de la blende et sur la mesure des champs d'électroaimants munis de pièces polaires percées. Note de MM. A. Cotton, G. Dupouv et M. Schérer.

D'après les Tables de Constantes physiques, la blende est de tous les corps transparents diamagnétiques celui dont le pouvoir rotatoire magnétique est le plus grand : les mesures d'Henri Becquerel indiquent en effet que pour la raie D sa constante de Verdet est environ o', 225 à 16°, elle est donc plus de cinq fois plus grande que celle du sulfure de carbone, seuls des corps fortement colorés (sélénium, oxydule de cuivre) ont des constantes plus grandes encore. Nous nous sommes demandés si l'on ne pourrait pas utiliser les rotations magnétiques de lames de blende pour mesurer les champs magnétiques, particulièrement les champs donnés par des électroaimants munis de pièces polaires percées. La mesure d'une rotation magnétique est alors la méthode de choix pour déterminer en un point la composante axiale du champ : celui-ci n'est pas en général uniforme, et il importe, si l'on veut être bien renseigné sur ses variations, que la lame dont on mesure la rotation soit aussi mince que possible. La blende est d'autre part un minéral de composition simple remarquable déjà par la grandeur de ses indices de réfraction et leur grande dispersion : il est donc utile de mesurer sa rotation magnétique pour plusieurs raies : nous avons employé celles du mercure.

Lorsqu'on entreprend cette mesure on se heurte à une difficulté. On

trouve assez facilement dans certains cristaux de blende des régions paraissant homogènes, mais si l'on y taille des lames à faces parallèles (et ce travail est déjà plus délicat que s'il s'agit de substances plus dures), on trouve que ces lames sont presque toujours fortement et irrégulièrement biréfringentes. Ou bien il existe dans la masse des tensions intérieures (¹); ou bien la blende, comme beaucoup de cristaux cubiques, est formée d'éléments cristallins de symétrie moins élevée, dont les biréfringences ne se compensent pas rigoureusement. En tout cas les lames, placées entre deux nicols croisés et vivement éclairées, rétablissent nettement la lumière en certaines régions, de sorte qu'on ne peut songer à mesurer leurs rotations magnétiques en employant des appareils à pénombres.

Après de nombreux essais sur des cristaux de diverses provenances, nous avons pourtant réussi à obtenir deux lames qui se sont prêtées, une fois que leur épaisseur a été réduite jusqu'à l'ordre du millimètre, à des mesures faites avec ces appareils. Les cristaux d'où elles provenaient nous avaient été envoyés par M. Albert Brun qui avait publié récemment (2) des mesures des indices de plusieurs minéraux intéressants y compris la blende.

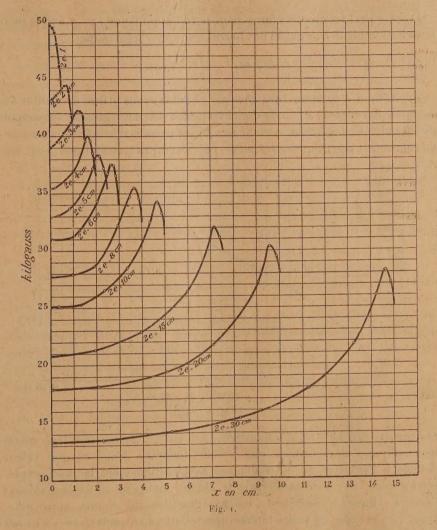
En plaçant successivement ces deux lames dans la partie centrale uniforme du champ obtenu en écartant de 8cm les pièces polaires percées de l'électroaimant nous avons constaté que leurs rotations magnétiques étaient sensiblement les mêmes une fois réduites à l'épaisseur de 1mm: les doubles rotations mesurées pour la raie verte ont été 26°,14 et 26°,10. Ces deux lames avaient pourtant des colorations différentes indiquant la présence d'impuretés: la seconde montrait par transmission d'étroites bandes

⁽¹) Ces tensions intérieures rendent, comme on sait, biréfringents d'une façon gênante beaucoup de milieux vitreux. Cette difficulté s'est présentée notamment à nous lors d'une mesure du pouvoir rotatoire magnétique de l'ambre jaune, dont nous voudrions dire un mot à cette occasion. Les Tables de Constantes physiques (Tables de Landolt, Recueil de Constantes de la Société Française de Physique) indiquent pour l'ambre un pouvoir rotatoire magnétique négatif. Ce résultat fort surprenant, étant donnée la composition de cette substance, est en effet celui qu'avait obtenu autrefois Quincke. L'électroaimant de Bellevue nous a permis de reprendre cette mesure avec une lame n'ayant que 1^{min}, 36 d'épaisseur, et peu biréfringente. Nous avons trouvé, pour la constante de Verdet de cette substance, et pour la raie verte du mercure, une valeur positive, voisine de + o',021.

⁽²⁾ A. Brun, Constantes optiques de l'almandin, de la blende et du zircon (Livre jubilaire du Cinquantenaire de la Société française de Minéralogie, Masson, Paris, 1930, p. 38).

d'absorption dans le rouge, vers les longueurs d'onde 0,666 et 0,726 en particulier.

Le champ a été déduit de la mesure de la rotation magnétique d'une



lame de verre (2^{wm},86 d'épaisseur) qui avait elle-même été au préalable étalonnée par comparaison avec le sulfure de carbone. Bien que l'épaisseur de ces lames de blende ne fût pas rigoureusement uniforme nous pouvons

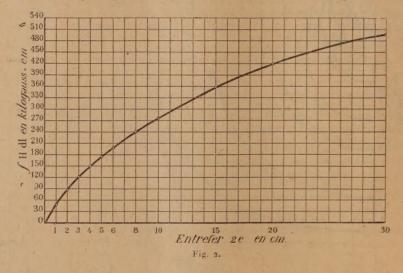
indiquer, pour la constante de Verdet φ_{ν} de la blende relative à la raie verte du mercure ($\lambda = 0.546$) et à la température de 18°,5, la valeur

$$\rho_{\nu} = 0', 282.$$

D'autre part les mesures faites pour la radiation jaune $\lambda = 0.578$ et pour la radiation bleue $\lambda = 0.436$ ont fourni les rapports suivants :

$$\frac{\rho_j}{\rho_\nu} = 0,863, \qquad \frac{\rho_b}{\rho_\nu} = 2,057.$$

Application à la mesure des champs. — Nous avons utilisé le résultat des mesures précédentes à l'étude des champs donnés par le gros électro-aimant de l'Académie des Sciences muni des pièces percées destinées aux mesures de rotations magnétiques : ces pièces, à extrémités tronconiques, sont ter-



minées par des facettes de diamètre $2r = 10^{\text{mm}}$, les trous sont légèrement tronconiques, leurs orifices ont 5^{mm} de diamètre. Pour chaque valeur donnée à l'entrefer 2e on a déplacé systématiquement la lame exploratrice pour voir comment varie le champ lorsqu'on se déplace suivant l'axe. La figure 1 représente les topographies du champ ainsi obtenues. Les courbes en traits interrompus relatives aux entrefers étroits ont été tracées en utilisant une lame de blende (épaisseur 1^{mm} , 42); les autres courbes en traits continus résultent de mesures faites avec la lame de crown indiquée plus haut (épaisseur 2^{mm} , 86). Sur l'axe des ordonnées on lit les

valeurs du champ au milieu de l'entrefer, les abscisses indiquent les distances en centimètres de ce milieu de l'entrefer au point où l'on mesure le champ : une moitié de la courbe symétrique représentant la topographie du champ a seule été figurée dans chaque cas. On voit qu'en général le champ croît d'abord quand on se rapproche des pôles pour diminuer ensuite rapidement près des trous.

La figure 2 donne les valeurs de l'intégrale $\int H \, dl$, l'intégration étant prise entre les limites correspondant aux deux facettes polaires limitant l'entrefer. Ces valeurs, représentées en C. G. S., indiquent ainsi les différences de potentiel magnétique maxima que l'on obtient, pour les divers entrefers, les distances elles-mêmes entre les pièces polaires étant prises cette fois comme abscisses : on déduit aussitôt de cette courbe les rotations qu'on observera avec un liquide placé dans l'entrefer et en occupant toute la longueur. On voit que ces rotations augmentent d'abord constamment lorsqu'on écarte les pièces polaires en allongeant le tube, et que les valeurs les plus grandes, obtenues avec un entrefer de 30° ont atteint environ 500 000 gauss/cm. Il faudrait écarter encore un peu plus les pôles pour atteindre le maximum.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — Peut-on compter l'or parmi les éléments de la matière vivante? Note (¹) de M. Gabriel Bertrand.

D'après une Note préliminaire, parue en 1897, Liversidge a reconnu chimiquement l'existence de l'or dans un échantillon de varech, malheureusement très vieux et d'origine indéterminée, et dans des coquilles d'huîtres (²). En 1919 Cornec a trouvé aussi, en se servant de la méthode spectrographique (³), des traces d'or dans une cendre de plantes marines. D'autre part il a été démontré que de petites quantités d'or, très probablement à l'état de suspension colloïdale, sont présentes dans les eaux de la mer (⁴); il peut donc se trouver des traces du métal précieux à la surface des

⁽¹⁾ Séance du 25 janvier 1932.

⁽²⁾ Journ. Chem. Soc. Trans., 71, 1897, p. 298.

⁽³⁾ Comptes rendus, 168, 1919, p. 513.

⁽¹⁾ Ces quantités, variables suivant les régions et les courants, seraient, en moyenne, de l'ordre de grandeur de 50^{m5} par mètre cube d'eau de mer; mais, dans certains cas, elles se réduiraient à quelques milligrammes et pourraient même devenir nulles (E. Sonstadt, Chem. News, 26, 1872, p. 159; A. Liversidge, Proc., Roy. Soc. N. S. Wales, 29, 1895, p. 335; P. de Wilde, Arch. des Sc. phys. et natur. Genève, 19, 1905, p. 559, etc.).

algues et des coquilles ou dans la vase qui souillent ces matériaux d'étude. Comme les précautions nécessaires pour opérer sur des tissus vivants tout à fait propres n'ont probablement pas été prises au cours des expériences de Liversidge et de Cornec, les résultats de ces expérimentateurs ne suffisent pas à démontrer que de l'or existe à l'état normal dans les organismes. Il est d'ailleurs à remarquer que Liversidge n'a fait connaître ses observations qu'à titre provisoire; il se proposait de les vérifier, mais n'a rien publié depuis à leur sujet.

La question en était à ce point lorsque R. Berg publia, en 1928, une série d'expériences établissant, selon lui, la présence de l'or dans le règne végétal et dans le règne animal (1).

Au cours de recherches sur la manière dont le plomb se fixe dans les tissus, cet expérimentateur avait observé que le précipité obtenu en liqueur acide par l'hydrogène sulfuré, précipité formé surtout de sulfure de cuivre, ne se dissolvait pas entièrement, après grillage, dans l'acide chlorhydrique : il restait toujours une minime quantité de poudre noire qu'il considéra comme du charbon très divisé jusqu'au jour où V. Klopfer lui communiqua avoir rencontré de l'or dans des flocons d'avoine. Il reprit alors l'examen d'un certain nombre de précipités de sulfures qu'il avait conservés de ses recherches antérieures et il reconnut immédiatement, rapporte-t-il, que la poudre noire n'était pas du charbon, mais de l'or. De nouvelles recherches lui permirent de trouver et même de doser l'or dans plusieurs préparations de flocons d'avoine (de oms, 4 à 2ms, o par kilogramme), dans des jus de raisin et de pomme (environ oms, 1 par kilogramme), du pain de seigle (1mg par kilogramme), des noisettes (1^{mg} par kilogramme) ainsi que dans le sang humain (jusqu'à om, 3 par kilogramme), le foie de bœuf (om, 2 par kilogramme) et, enfin, dans le cerveau du même animal. Ce dernier organe s'est montré particulièrement riche puisque 100° de cerveau desséché avaient fourni 1mg, 4 de métal, soit une teneur de 14mg de métal précieux par kilogramme de matière cérébrale sèche.

Depuis plus d'une trentaine d'années, j'ai eu l'occasion, seul ou avec quelques-uns de mes collaborateurs, d'analyser un très grand nombre d'organismes ou de parties d'organismes végétaux ou animaux. Dans tous les cas où l'opération comportait au début, comme dans les expériences de Berg, un traitement des cendres par l'acide chlorhydrique concentré dans une capsule de platine, j'ai trouvé une quantité facilement reconnaissable

⁽¹⁾ Biochem. Zeits., 198, 1928, p. 424.

du métal de cette capsule dans le précipité des sulfures métalliques ('), mais, jusqu'ici, je n'y ai pas encore reconnu la présence de l'or. Aussi, ai-je tenu à répéter soigneusement l'analyse chimique élémentaire de la cervelle de bœuf, en suivant, autant que possible, la méthode de Berg.

Une cervelle entière du poids de 340s a été découpée et mise à sécher à l'étuve à + 100° dans une cuvette rectangulaire de porcelaine, à couverture dure et préalablement nettoyée à l'eau régale. La matière sèche, pesant 78°,5 a été placée dans une capsule de platine de 300° de capacité et chauffée progressivement dans un four à moufle réservé à cet usage, n'ayant jamais servi, par conséquent, à des coupellations. Lorsque la carbonisation, réalisée au rouge naissant, a été complète, on a laissé refroidir, puis on a épuisé la masse charbonneuse (138), en 4 ou 5 fois, par 200 à 250 cm² d'eau bouillante. La solution filtrée a été mise momentanément de côté tandis que la portion indissoute a été séchée, puis calcinée, avec le filtre, au four à moufle. L'incinération, conduite au rouge sombre, a exigé plusieurs heures et a laissé 18 environ de cendres, en partie fondues, englobant à peine quelques centigrammes de charbon. Après refroidissement, la solution des cendres solubles a été transvasée dans la capsule de platine et l'on a évapore à sec. On a obtenu ainsi 5⁸,3 dc cendres totales que l'on a dissous dans quelques centimètres cubes d'acide chlorhydrique pur, redistillé au laboratoire, et l'on a chauffé au bain-marie, pour insolubiliser la silice. Le résidu est resté sirupeux malgré 5 heures de chauffage. On l'a repris par l'eau acidulée d'acide chlorhydrique dans laquelle il s'est facilement dissous, à l'exception d'un faible résidu floconneux, contenant la silice et le charbon.

Ces flocons ont été recueillis sur un filtre, lavés et portés au moufle. Il est resté quelques milligrammes de résidu dont la teinte grisâtre montrait qu'il n'y avait pas exclusivement de la silice. Pour simplifier la recherche, on l'a traité au bain-marie par 2 gouttes d'acide chlorhydrique et 1 goutte d'acide nitrique, on a ajouté un peu d'eau, filtré, et réuni le liquide à la solution principale des cendres. Le volume de cette solution était alors d'environ 60°. On a saturé d'hydrogène sulfuré (²), d'abord à chaud, puis à froid, et, le lendemain, on a recueilli les sulfures. Ceux-ci, bien lavés avec une solution d'hydrogène sulfuré, ont été séchés et brûlés avec leur filtre

⁽¹⁾ Voir par exemple Gab. Bertrand et V. Ciurea, Comptes rendus, 192, 1931, p. 780 et 990.

⁽²⁾ Filtré à travers du coton à sa sortie du flacon laveur.

dans une capsule de porcelaine. Le résidu noir a été traité au bain-marie par un peu d'acide chlorhydrique dans lequel il ne s'est dissous qu'en partie: il est resté un peu de poudre noire, insoluble aussi, après lavage à l'eau et dessiccation, dans l'acide azotique pur, mais presque immédiatement soluble, au contraire, dans le mélange des deux acides. La solution résultante a été évaporée à sec. Il est resté un faible enduit de couleur jaune qui, d'après Berg, aurait dû être du chlorure d'or. On l'a chauffé encore une fois à sec avec deux gouttes d'acide chlorhydrique, puis redissous dans o cm²,05 d'eau et additionné d'une gouttelette de solution concentrée de sulfate ferreux dans l'acide chlorhydrique au vingtième : il n'y a pas eu la moindre coloration bleue, et, cependant, 1/200 de milligramme d'or aurait suffi pour donner cette réaction caractéristique. La poudre noire dissoute par l'eau régale n'était donc pas formée par de l'or. J'ai vérifié qu'elle était constituée par du platine en opérant de la manière suivante : la petite solution du chlorure mélangé de sulfate ferreux a été diluée dans un peu d'eau, additionnée de quelques milligrammes de sulfate de cuivre, acidulée d'HCl et saturée par l'hydrogène sulfuré. Le précipité de sulfures a été traité comme il a été décrit plus haut, mais au lieu d'ajouter finalement à la solution de chlorure régénéré une gouttelette de sulfate ferreux, je l'ai additionnée d'environ 1 mg de chlorhydrate d'ammoniac et fait évaporer lentement : j'ai obtenu ainsi des cristaux jaunes de chloroplatinate d'ammoniac en octaèdres parfaitement définis.

Une deuxième expérience a été effectuée sur une cervelle pesant 377^s à l'état frais et 89^s à l'état sec, mais en produisant et traitant les cendres dans une capsule de silice fondue. Cette expérience a fourni une quantité de silice parfaitement blanche, du poids de 10^{ms}, manifestement plus grande que dans l'expérienc précédente, et un précipité de sulfure de cuivre entièrement soluble, cette fois, dans l'acide chlorhydrique, sans trace d'or, ni de platine. Il n'est donc pas douteux que la poudre noire, séparée du précipité par l'hydrogène sulfuré dans les expériences de Berg, comme dans la mienne décrite plus haut, provenait de l'attaque de la capsule métallique (¹).

^(!) L'attaque du platine ne varie pas seulement avec la température et la durée du chauffage, mais aussi avec la nature de la substance incinérée; la présence des composés du phosphore agit d'une manière particulièrement marquée, le fait est bien connu de ceux qui effectuent des dosages d'acide phosphorique à l'état de pyrophosphate de magnésium. La haute teneur de la cervelle en lécithine explique, sans doute, une plus grande attaque du platine par l'incinération de cet organe que par celle des autres matières organiques.

Berg ne fait aucune allusion dans son Mémoire à la présence du platine. Il est vraisemblable qu'il a pris ce métal pour de l'or, mais il est également possible qu'il se soit servi d'une capsule formée, à son insu, d'un alliage des deux métaux, et qu'il ait alors reconnu l'or sans se préoccuper du platine.

Je me suis assuré, à l'occasion des expériences dont je viens de faire connaître les résultats, qu'une minime quantité d'or contenue dans la cervelle ne saurait échapper à l'analyse. J'ai ajouté de milligramme d'or, dissous à l'état de chlorure dans 1 cm3 d'eau, à une cervelle de bœuf, préalablement divisée, et pesant 3978, Après dessiccation, la masse réduite au poids de 878 a été traitée comme dans la deuxième expérience, c'est-à-dire en utilisant une capsule de silice fondue pour la destruction de la matière organique. Contrairement à mon attente, je n'ai pas trouvé d'or dans le sulfure de cuivre, mais le métal précieux n'était pas perdu pour cela. Il se trouvait en entier dans la silice qui, au lieu d'être blanche, était manifestement colorée en rose violacé. En traitant cette silice par quelques gouttes d'eau régale, puis un peu d'eau, filtrant la solution et l'évaporant à sec en présence d'un peu d'acide chlorhydrique, de manière à bien chasser l'acide nitrique, j'ai obtenu un résidu dont la solution dans o em, 1 d'eau était nettement colorée en jaune et donnait instantanément avec le sulfate ferreux une coloration bleue intense, très sensiblement égale à celle fournie par de milligramme d'or dissous dans le même volume d'eau.

En résumé, l'existence de l'or parmi les éléments de la matière vivante, végétale ou animale, n'a pas encore été démontrée.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — Variation de la tension superficielle de la matière fulminante en fonction de la température et du poids moléculaire. Note de M. E. MATHIAS.

1. Soit un gaz (matière fulminante) dont la surface libre est une sphère de rayon R cm, à la température absolue T=273+t, sous la pression atmosphérique p, que nous supposerons pratiquement constante. Dans la théorie de Van der Waals, la pression intérieure p' de ce gaz n'est autre que la pression moléculaire de Laplace, liée à la tension superficielle A de la surface libre par la formule classique

$$p' = \frac{2A}{R}$$

qui prouve que le produit de la pression intérieure par le rayon de courbure R est une grandeur indépendante de la masse de gaz considérée.

D'autre part le gaz obéit à l'isotherme de Clausius qui, dans le cas où le volume v de l'unité de masse n'est pas trop petit, donne pour la pression intérieure l'expression

$$(2) p' = \frac{a}{T_{\mathcal{V}^2}},$$

la constante que Clausius appelle β étant, dans ce cas, négligeable devant v, et a étant un coefficient numérique variable avec la masse de gaz considérée.

Soit v_1 le volume en centimètres cubes de la sphère de rayon R. Si P est la masse, en grammes-masse, du gaz de volume v_1 , on a

$$\frac{\rho_1}{P} = \rho.$$

Soit M la masse moléculaire du gaz (matière fulminante), auquel on peut appliquer les lois des gaz parfaits vu qu'il existe sous la pression atmosphérique et à des températures toujours élevées; on a, en appelant d_0 sa densité normale par rapport à l'air (telle que $M = 28,8 d_0$):

$$P = v_1 \times 0,0012932 \frac{273}{T} d_0 = v_1 \times 0,0012932 \frac{273}{T} \frac{M}{28.8}$$

Dans ces conditions on peut écrire :

$$p' = \frac{2A}{R} = \frac{a}{T\left(\frac{c_1}{P}\right)^2} = \frac{a}{T} \frac{(0.0012932 \times 273)^2}{T^2} \left(\frac{M}{28.8}\right)^2,$$

d'où

(3)
$${}^{2}A = a R \left(\frac{0.0012932 \times 273}{28.8}\right)^{2} \frac{M^{2}}{T^{3}}.$$

Le produit aR, conformément à une remarque antérieure, est indépendant de la masse de gaz considérée; il en est de même de A. La formule (3) montre que la tension superficielle de la matière fulminante est proportionnelle au carré de la masse moléculaire et en raison inverse du cube de la température absolue.

2. Comme nous l'avons montré antérieurement, le fait que la matière fulminante a sensiblement la densité de l'air (en réalité sa densité est un peu plus grande, puisqu'elle *tombe* dans l'air un peu raréfié des journées orageuses) à sa température de formation pour laquelle, à titre d'approximation grossière, on peut admettre $t=9\times 273^{\circ}=2467^{\circ}$ C. ou $T=10\times 273^{\circ}$;

il s'ensuit nécessairement que la masse moléculaire M est 10 fois celle de l'air normal. Dès lors la formule (3) montre que la tension superficielle de la matière fulminante est, toutes choses égales, cent fois plus grande que celle de l'air ordinaire à la même température.

Prenons pour unité la tension superficielle de la matière fulminante à la température de sa formation ($T = 10 \times 273^{\circ}$) et exprimons la température absolue au moyen de la température réduite m, telle que $T = m \times 273^{\circ}$; on obtient alors la formule

$$\mathbf{A}_m = \left(\frac{10}{m}\right)^3 \cdot$$

Le tableau suivant donne les valeurs de Λ_m pour les valeurs entières intéressantes de m:

m.	m^2 .	$t = (m-1) 273^{\circ}$.	\mathbf{A}_{m}
10 .	1000 ,	245 7 · ·	1
9	729 .	2184	r,3 7
8	512	, 1911 ~ ,	$\tau, 95$
7	343	1638	2,91
6	212	í365	4,63
5	125	1092	8,00
4	64	819 ' ,	15,6
3	. 27	546	37,0
3.9	41.1	518,7	11,0

Pendant les 1100 premiers degrés de sa chute, c'est à peine si la tension superficielle passe au quadruple de sa valeur initiale. Ce n'est qu'à partir de la température de 1000° qu'elle prend des valeurs notables et augmente rapidement à mesure que la température baisse. Pour comparer ces résultats avec l'observation, il faut avoir recours à l'observation suivante de Jolivet, la seule que nous connaissions dans laquelle la formation de l'éclair sphérique, à partir de l'éclair linéaire générateur, soit précisée par rapport à la trajectoire supposée rectiligne.

« ... C'était en 1871, dans une étroite vallée des Vesges, au pied du Königsburg. La boule de feu était brillante comme du fer en fusion, elle tomba relativement lentement, car j'eus le temps de compter presque trois. Ce n'est qu'aux deux tiers du chemin du nuage au sol que la boule se forma, deux fois plus grosse qu'une boule à jouer ordinaire. Au sortir du nuage, ce n'était qu'un éclair ordinaire, tout droit, excessivement rapide (¹). »

⁽¹⁾ C. Jolivet, Cosmos, 31, 1895, p. 167-168.

On voit que ce n'est que quand le refroidissement est suffisamment grand que la tension superficielle, ayant acquis une intensité convenable, peut rétracter la surface extérieure de la matière fulminante pour lui donner sensiblement l'aire minima.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — Recherche de l'indoxyle (indican) dans les laits de vache et de chèvre. Note de MM. Ch. Porcher et A. Tapernoux.

L'un de nous ('), à diverses reprises, a fait remarquer que le rôle de la mamelle comme émonctoire est tout à fait réduit : « Dans les principes que lui apporte le sang, la cellule mammaire ne choisit que ceux qui lui sont indispensables pour l'élaboration des éléments constituants du lait. Elle laisse les autres de côté et si, par hasard, on peut surprendre le passage anormal dans le lait d'un composé minéral ou organique, administré expérimentalement, c'est que le sang l'a apporté au tissu mammaire par véritables bouffées. La faculté qu'a ce dernier de choisir les matériaux qui lui conviennent a été faussée, violentée, pour un moment, il est vrai, et dans une mesure relativement très faible.... Les nombreuses expériences entreprises pour rechercher si les nitrates s'éliminent par la mamelle le démontrent surabondamment. A une administration très forte d'azotate de potassium correspond une élimination mammaire quelquefois nulle, souvent douteuse, et qui est d'ailleurs des plus faibles quand elle existe.... Les indols expérimentés ici (il s'agissait de l'indol et du méthylkétol, administrés aux doses formidables de 108 en une seule fois à une chèvre) rentre donc dans la règle dont nous venons de rappeler quelques exemples.... En résumé, dans les conditions normales, si excessive que soit chez une femelle laitière l'élimination urinaire des chromogènes correspondant à l'indol et au scatol, on ne trouvera jamais de traces de ces derniers dans le lait de cet animal.»

Ch. Hervieux (2) signale qu'il a pu constamment mettre en évidence l'indican (indoxyle-sulfate de potassium) dans le lait de vache et de chèvre et il conclut au passage régulier, à l'état normal, des chromogènes indoxyliques dans le lait, passage que Porcher avait mis en doute, dans les mèmes circonstances, en ayant cependant recours, après l'emploi d'une technique

⁽¹⁾ CH. PORCHER, C. R. Soc. Biol., 63, 1907, p. 468.

⁽²⁾ Comptes rendus, 193, 1931, p. 1480.

de défécation sévère, à la méthode particulièrement sensible qui conduit à l'obtention d'indirubine par l'action à chaud d'une solution chlorhydrique d'isatine sur le chromogène indoxylique.

Nous avons pensé, devant cette contradiction, qu'il fallait examiner l'ordre de grandeur de la sensibilité de la réaction au thymol de Jolles utilisée par Ch. Hervieux (†) pour déceler la présence prétendue constante des dérivées indoxyliques dans les laits de vache, de chèvre et aussi de femme (²). Nous avons suivi très exactement la technique qu'il indique, après avoir déféqué comme lui, à l'aide d'acide trichloracétique au 1/5. Dans tous les cas nous avons obtenu, comme lui, des colorations mauves ou violacées du chloroforme, colorations présentant absolument les mêmes caractères que ceux qu'il a lui-même relevés. Mais, en remplaçant le lait par des solutions de caséine à 1 pour 100 dans l'ammoniaque très étendue, par des solutions d'albumines diverses (sérine, ovalbumine), et enfin tout simplement par de l'eau distillée, nous avons obtenu des colorations identiques.

Nos expériences ont été répétées avec tous les échantillons de thymol que nous avons pu nous procurer, après avoir vérifié que leur solution aqueuse ne donnait, en milieu neutre, aucune coloration par le perchlorure de fer. Les colorations obtenues s'accentuent avec le temps et persistent huit jours et plus, en présence d'acide chlor-hydrique. Elles deviennent rouge saumon après décantation et lavage du chloroforme à l'eau. Elles gardent cette teinte en présence de la soude au millième et redeviennent violacées lorsqu'on réacidifie le chloroforme par HCl ou par HCl additionné de perchlorure de fer (réactif d'Obermayer).

Bien plus, si dans un tube à essais, on ajoute 1^{cm³} de solution alcoolique de thymol à 5 pour 100, 10^{cm³} de réactif d'Obermayer et 1^{cm³} de chloroforme, on voit ce.dernier prendre en quelques heures une coloration d'abord mauve, puis violette, qui s'accentue avec le temps et qui présente les mêmes caractères que les colorations obtenues par Hervieux. Le chloroforme n'est point indispensable à la production de la matière colorante : en ajoutant simplement à 1^{cm³} d'une solution alcoolique de thymol à 5 pour 100, 10 à 20^{cm³} de réactif d'Obermayer, on constate qu'il se produit, à la surface du liquide, en quelques heures, une couche visqueuse violet foncé facilement soluble dans le chloroforme. La solution chloroformique ne donne pas un spectre d'absorption électif et caractéristique dans la partie visible du spectre.

Ladite solution, évaporée à la température ordinaire ou au bain-marie à 50° laisse comme résidu une substance brune ou violet foncé, se dissolvant à nouveau dans le chloroforme et soluble également dans l'alcool amylique. La coloration observée ne présente aucune analogie avec la coloration bleu violet qui résulte de l'action du per-

⁽¹⁾ Zeits. f. physiol. Ch., 95, 1915, p. 29.

⁽²⁾ Bull. Acad. de Méd., 107, 1932, p. 27.

chlorure de fer sur les solutions de phénol; cette dernière, en effet, est insoluble dans le chloroforme et disparaît en virant au jaune verdâtre par addition d'HCl.

Tous ces faits ne nous étonnent nullement, car Denigès (¹) avait déjà noté que les urines conservees au thymol donnent une coloration violette au chloroforme quand on y recherche des chromogènes indoxyliques.

De ces recherches, il résulte que les colorations mauves ou violacées, attribuées par Ch. Hervieux à la présence de l'indoxyle dans le lait, proviennent de l'attaque du thymol en milieu chlorhydrique par le perchlorure de fer. Elles appartiennent à ce groupe de réactions, de pure coloration, comme les dénomme l'un de nous (Ch. Porcher) trop souvent invoquées en chimie biologique, qui ne répondent pas à un corps jusqu'ici parfaitement défini, qui ne se caractérisent pas par la production d'un spectre d'absorption univoque facile à identifier et que l'on doit, par conséquent, pour la recherche, n'accepter que sous réserve.

Sans nier absolument la présence possible des chromogènes indoxyliques dans le lait normal — présence que l'un de nous a d'ailleurs signalée, mais seulement dans des conditions expérimentales sévères, — nous ferons remarquer que la réaction invoquée par M. Ch. Hervieux, n'ayant rien à voir avec l'indoxyle, ne lui permet pas d'en tirer les conclusions qu'il a formulées. On doit toujours admettre jusqu'à preuve du contraire, et à moins de posséder une réaction de l'indoxyle d'une sensibilité encore plus grande que celle de l'isatine chlorhydrique, que, dans des circonstances normales, les dérivés indoxyliques sont absents des laits de la femme, de la vache et de la chèvre.

M. D'OCAGNE fait hommage à l'Académie d'un travail qu'il a rédigé pour la Société des Amis de l'École Polytechnique, sur Les polytechniciens à l'Institut. Les anciens élèves de l'École ont jusqu'ici occupé 162 fauteuils à l'Institut, dont 12 à l'Académie française, 8 aux Inscriptions et Belles-Lettres, 4 aux Beaux-Arts, 9 aux Sciences morales et politiques, et 129 aux Sciences. Biot a occupé trois de ces fauteuils (Française, Inscriptions et Sciences); Joseph Bertrand, Charles de Freycinet, Henri Poincaré, le maréchal Foch et Charles Dupin, chacun deux, dont un aux Sciences, le second à l'Académie française pour les quatre premiers, aux Sciences morales pour le cinquième. Cela fait un total de 155 membres de l'Institut issus de l'École

⁽¹⁾ Précis de Chimie analytique, 5° édition, p. 1032, note 1.

Polytechnique. Huit d'entre eux ont été appelés aux fonctions de Secrétaire perpétuel : Walckenaer aux Inscriptions; Alfred de Foville aux Sciences morales; Arago, Dulong, Élie de Beaumont, Joseph Bertrand, Albert de Lapparent, Henri Becquerel aux Sciences.

Entre les diverses sections de l'Académie, les 129 membres des Sciences susmentionnés se répartissent comme suit :

Géométrie	14	Minéralogie	14
Mécanique	23 -	Botanique	
Astronomie		Économie rurale	
Géographie et navigation	15	Académiciens libres	24
Physique	13	Non résidant	t
Chimie		Industrie	6

NOMINATIONS.

- MM. L. LECORNU et L. GUILLET sont désignés pour représenter l'Académie à la célébration du Cinquième Centenaire de l'Université de Caen.
- M. L. Guillet est désigné pour représenter l'Académie à la célébration du Cinquième Centenaire de l'Université de Poitiers.

ÉLECTIONS.

M. Paul Bour est élu Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie par 45 suffrages contre 2 à M. Louis Mercier, 1 à M. Louis Boutan et 1 à M. Émile Guyenot.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats à la place de Directeur des essais de l'Administration des Monnaies et Médailles, pour la première ligne, M. Paul Clausman obtient 39 suffrages; il y a 2 bulletins nuls et

1 bulletin blanc. Pour la seconde ligne, M. Paul Cordier obtient 26 suffrages; il y a 3 bulletins blancs et 3 bulletins nuls. Pour la troisième ligne, M. André Riboulleau obtient 16 suffrages; il y a 8 bulletins blancs et 1 bulletin nul.

En conséquence la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts comprendra :

En première ligne...... M. Paul Clausman.

En seconde ligne...... M. Paul Cordier.

En troisième ligne..... M. André Riboullbau.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpetuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

E. Nielsen. The Biology of Spiders, with Especial Reference to the Danish Fauna. Vol. I and II.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — Sur une équation fonctionnelle. Note (r) de M. Th. Anghelutza.

M. Pompeiu (2) signale l'équation fonctionnelle

(i)
$$F(y+x)f(y+x) + F(y-x)f(y-x) = F(y)[f(y+x) + f(y-x)],$$

en indiquant des solutions particulières. L'équation dissérentielle assez compliquée satisfaite par F(x) ne permettait pas la résolution complète.

Nous allons prouver que la résolution de l'équation (1) revient à celle d'une équation analogue à l'équation fonctionnelle de Poisson (3). En faisant dans l'équation (1) la substitution

$$\mathbf{F}(x) = \frac{\varphi(x)}{f(x)},$$

⁽¹⁾ Séance du 18 janvier 1932.

⁽²⁾ D. Pompriu, Sur une équation fonctionnelle (Comptes rendus, 190, 1930, p. 1107).

^{(3),} E. Picaro, Leçons sur quelques équations fonctionnelles, p. 6 (Gauthier-Villars, 1928).

on trouve l'équation fonctionnelle

$$(2) \qquad \varphi(x) \Big[f(x+x) + f(y-x) \Big] = f(x) \Big[\varphi(x+x) + \varphi(y-x) \Big].$$

On arrive aussi à l'équation (2) si l'on cherche les fonctions f(x) et $\varphi(x)$ telles que l'on ait dans la formule

$$\frac{\int_{z}^{\beta} f(x) dx}{\int_{z}^{\beta} \phi(x) dx} = \frac{f(\xi)}{\phi(\xi)},$$
$$\xi = \frac{z + \beta}{z},$$

quels que soient a et 3.

Pour intégrer l'équation (2), il est nécessaire d'éliminer f(x) ou $\varphi(x)$. Pour cela, supposons pour un instant f(x) donné.

De relations

$$\varphi_{i}(f_{i+1}+f_{i-1}) = f_{i}(\varphi_{i+1}+\varphi_{i-1})$$
 $(i=1, 2, 3)$

ayant

$$f(y+ix) = f_i, \quad \varphi(y+ix) = \varphi_i$$

on tire f_2 , f_3 , f_4 et l'on substitue ces valeurs dans la relation

$$\varphi_s(f_3+f_2) = f_3(\varphi_4+\varphi_2).$$

Puis on remarque que f_0 et f_1 sont arbitraires et l'on trouve ainsi l'équation fonctionnelle

(3)
$$\frac{f(y + \frac{f(y + 2x)}{f(y + 3x)})}{f(y + \frac{f(y + 2x)}{f(y + x)})} = \frac{f(y + 2x) + f(y)}{f(y + x)}.$$

La fonction $\varphi(x)$ satisfait évidemment la même équation fonctionnelle. L'équation (3) nous donne les relations de récurrences

$$\begin{cases} f_{2n} - 2p f_{2n-1} + f_{2n-2} = 0, \\ f_{2n+1} - 2q f_{2n} + f_{2n-1} = 0, \end{cases}$$

en posant

$$p = \frac{f_2 + f_0}{2f_1}, \qquad q = \frac{f_3 + f_4}{2f_2},$$

dont la solution générale se trouve sans difficulté.

On a

$$f_{2^n} = \Lambda \left(\left. r_1 + + \right) r_1^n + \mathrm{B} \left(\left. r_2 + + 1 \right) r_2^n \right)$$

A, B étant des constantes arbitraires, r, et r2 les solutions de l'équation

$$r^{2}-2\left(2pq-1\right)r+1=0.$$
 C. R., 1932, 1er Semestre, (T. 194, N. 5.)

On en couclut la relation

$$\frac{\int_{2n}+\int_{2(n-2)}}{2\int_{2(n-1)}}$$
 . Γ

Le premier membre ne dépend pas de n et par suite on a l'égalité

$$\frac{f_n - f_{n-1}}{f_{n-1}} = \frac{f_n + f_0}{f_1}.$$

Les solutions de l'équation (3) satisfont donc l'équation fonctionnelle

(6)
$$\frac{f(y+3x)+f(y+x)}{f(y+2x)} = \frac{f(y+2x)+f(y)}{f(y+x)}.$$

La nature de la solution de l'équation (6) dépend de celle des racines de l'équation $r^2 = 2m(x) r \cdot r \cdot 1 = 0.$

où

$$\phi_1, e_1 \stackrel{\cdot}{=} \frac{f_2 + f_0}{2f_1}$$
.

La fonction f(x) étant continue, $\omega(x)$ sera continue pour x = 0 et l'on a

$$i = (0)e$$

La discussion comporte par suite trois cas suivant que l'on a pour une valeur de x_0 l'une des inégalités

$$\omega(x_0) = 1, \quad 0 < \omega(x_0) < 1, \quad \omega(x_0) > 1.$$

Nous donnons pour chaque cas les solutions des équations (2) et (3):

$$f(x) = ax + b; \quad \varphi(x) = a'x + b'; \quad F(x) = \frac{\varphi(x)}{f(x)}.$$

$$x^{0} \quad f(x) = a\cos\theta x + b\sin\theta x; \quad \varphi(x) = a'\cos\theta x + b'\sin\theta x; \quad F(x) = \frac{\varphi(x)}{f(x)}.$$

$$3^{0} \quad f(x) = a\cosh\theta x + b\sinh\theta x; \quad \varphi(x) = a'\cosh\theta x + b'\sinh\theta x; \quad F(x) = \frac{\varphi(x)}{f(x)}.$$

'Les constantes a, b, θ sont arbitraires.

Remarque. — Si l'on suppose les fonctions f(x) et $\varphi(x)$ dérivable, de l'équation (2) on déduit le système d'équations différentielles

$$f''(x) \varphi(x) = \varphi''(x) f(x) \equiv 0,$$

$$f^{\text{AV}}(x) \varphi(x) = \varphi^{\text{AV}}(x) f(x) = 0,$$

que l'on intègre sans peine.

ANALYSE MATHEMATIQUE. — Reconstruction d'une surface de Riemann σ correspondant à une aire multiplement connexe ε. Note de M. Gaston Julia.

Je reprends les notations employées précédemment (Comptes rendus, 194, 1932, p. 38 et 237) et j'indique la méthode de récurrence permettant de reconstruire et et σ à partir des domaines successifs

$$U = i_k = (k - p - 1, p - 2, \dots, \epsilon).$$

par adjonction à ces domaines des anneaux $[\lambda_k, \lambda_{k-1}]$ (1) de \mathcal{A} ou σ . On raisonnera ici sur σ , en supposant $\lambda_0 > \lambda_1 > \dots > \lambda_p$ pour abréger.

Le domaine initial, $U < \lambda_{p-1}$, de σ , est un disque circulaire à un feuillet compris entre deux cercles de rayons e^{λ_p} et $e^{\lambda_{p-1}}$, le second étant la courbe $U = \lambda_{p-1} - o$ de σ . Ce feuillet portera le numéro p.

1. Supposons reconstruits les domaines $U < \lambda_k$ et montrons comment on en déduira les domaines $U < \lambda_{k-1}$. En appliquant la règle à partir de k = p-1, on reconstruira σ tout entière. Il faut adjoindre à $U < \lambda_k$ l'ensemble des anneaux $\lfloor \lambda_k, \lambda_{k-1} \rfloor$ de σ qui comprennent au total p-k+1 feuillets, projetés entre les cercles $|\zeta| = e^{\lambda_k}$ et $|\zeta| = e^{\lambda_{k-1}}$; ces feuillets porteront les numéros $p, p-1, \ldots, k$. Un anneau $[\lambda_k, \lambda_{k-1}]$ est uni aux anneaux adjacents $[\lambda_{k+1}, \lambda_k]$:

A. Soit par une courbe intérieure $U = \lambda_k + o$ de première espèce se décomposant en une ou plusieurs courbes $U = \lambda_k - o$ de première espèce bornant extérieurement les anneaux adjacents $[\lambda_{k+1}, \lambda_k]$;

B. Soit le long des γ_k « arcs de passage λ_k » d'une courbe $U = \lambda_k + o$ de deuxième espèce adjacente à γ_k courbes $V = \lambda_k + o$ de deuxième espèce bornant extérieurement les $[\lambda_{k+1}, \lambda_k]$ adjacents;

C. Soit par une courbe $U = \lambda_k + o$ de deuxième espèce adjacente à des courbes $U = \lambda_k - o$ de première ou deuxième espèce, l'union se faisant, soit par les « arcs de passage λ_k », soit par les courbes $U = \lambda_k - o$ de première espèce bornant extérieurement les $[\lambda_k, \lambda_k]$ adjacents. Ce cas, résultant de la combinaison de A et B ne peut se produire que s'il existe des zéros de F' intérieurs à A donnant à A la valeur A. Nous l'écartons dans la suite, pour abréger.

⁽¹⁾ Je désigne par cette notation un anneau $\lambda_k < U < \lambda_{k-1}$.

2. Les lignes de croisement qui s'établiront dans la reconstruction seront toujours placées le long de rayons des anneaux successifs, et simples, c'est-à-dire croisant deux feuillets seulement. Ces lignes seront de première espèce lorsqu'elles émaneront de points de ramification intérieurs à σ [il y en aura a dans les hypothèses présentes et ils sont simples comme les zéros de F']; nous en trouverons b autres, de deuxième espèce, dans une large mesure arbitraires, provenant de la reconstruction de σ par anneaux successifs. Exceptionnellement, si deux lignes de croisement devaient se trouver sur un même rayon, nous dévierions l'une d'entre elles au départ par un petit arc de cercle de centre O décrit dans le sens des V croissants. On pourra, de cette manière, éviter aussi les points de rebroussement éventuels $\alpha_m \beta_m$ des courbes $\gamma_i | i = 1, 2, \ldots, (p-1)$], si on le désire.

3. Cas A. — Aucune difficulté dans le cas A de 1. Une courbe $U = \lambda_k + o$ de première espèce, tout entière intérieure à σ , borde intérieurement un nombre de feuillets de $[\lambda_k, \lambda_{k-1}]$ exactement égal au nombre total des feuillets des $[\lambda_{k+1}, \lambda_k]$ adjacents par les courbes $U = \lambda_k - o$ de décomposition (théorèmes énoncés précédemment sur la variation de V). Ces feuillets de l'anneau $[\lambda_k, \lambda_{k-1}]$ seront unis à ceux des anneaux adjacents $[\lambda_{k+1}, \lambda_k]$ le long des courbes précédentes et recevront les mêmes numéros que ceux-ci; les lignes de croisement des $[\lambda_{k+1}, \lambda_k]$ considérés se prolongeront, ipso facto, sur les mêmes rayons et feuillets de l'anneau $[\lambda_k, \lambda_{k-1}]$ adjacent.

1. Cas B: Notions préliminaires. — Envisageons le cas B où l'union d'un anneau $[\lambda_k, \lambda_{k+1}]$ avec les anneaux $[\lambda_{k+1}, \lambda_k]$ se fait par les arcs de passage λ_k d'une courbe γ , [$U = \lambda_k + o$], de deuxième espèce. Définissons sur cette courbe et sur les $U = \lambda_k - o$ de deuxième espèce, adjacentes, la distance réduite entre deux points : c'est la valeur absolue du quotient par 27 de la variation $d\tilde{e}$ V (toujours monotone) entre ces deux points, lorsque γ_k est décrit dans le sens positif par rapport à l'anneau qu'elle borde. La longueur réduite de γ_{k} surpasse d'une unité la somme des longueurs réduites des $V = i_h - o$ adjacentes. Deux points d'une de ces courbes, à la distance réduite un, ou bien sont sur deux feuillets différents, ou bien appartiennent à la ligne de croisement de deux feuillets distincts. Nous appelons $\sigma_1^{(k)}, \sigma_2^{(k)}, \ldots, \sigma_{\nu_k}^{(k)}$ les ν_k anneaux $[\lambda_{k+1}, \lambda_k]$ adjacents à la γ_k considérée, dans l'ordre où on les rencontre, lorsqu'on décrit γ_k dans le sens positif. Soient $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_{\nu_k}$ les nombres respectifs de leurs feuillets; $\mu = 1 + \mu_1 + \ldots + \mu_n$ sera le nombre des feuillets de $[\lambda_k, \lambda_{k+1}]$ adjacents par γ_k à ces anneaux. μ_m est la longueur réduite de la courbe $U = \lambda_k - o$ frontière de $\sigma_m^{(k)}$. Sur γ_k distinguons :

1° les ν_k arcs de passage $\alpha_m \beta_m$ $(m=1, 2, \ldots, \nu_k)$: chacun est associé à un arc de rebroussement $\alpha_m \beta_m$ de γ_k , $\left(\frac{d\mathbf{U}}{d\nu} < \mathbf{o}\right)$, pour constituer une courbe $\mathbf{U} = \lambda_k - \mathbf{o}$, frontière de $\sigma_m^{(k)}$, adjacente à γ_k ; 2° les ν_k arcs $\beta_m \alpha_{m+1}$ qui sont les arcs directs de γ_k sur lesquels $\frac{d\mathbf{U}}{d\nu} > \mathbf{o}$ (ν normale intérieure à σ). L'arc de passage $\alpha_m \beta_m$ a une longueur réduite égale à μ_m diminué de la longueur réduite de l'arc de rebroussement $\alpha_m \beta_m$ associé sur γ_k . Enfin γ_k s'obtient en remplaçant dans γ_k les arcs de passage par les arcs de rebroussement respectivement associés.

5. Intervalle d'isolement sur γ_h' pour l'arc de passage $\alpha_m \beta_m$ de l'anneau $\sigma_m^{(k)}$ - C'est un arc de γ', de longueur réduite totale μ_m ayant les propriétés suivantes : 1° s'il est indécomposé, il isole (en le contenant) l'arc de passage $\alpha_m \beta_m$ des autres arcs de passage, et ses deux extrémités tombent à l'intérieur des arcs directs de γ_k ou γ_k comprenant entre eux l'arc de passage $\alpha_m \beta_m$; 2º s'il est décomposé, il comprend d'une part un arc de y' de longueur réduite $\mu'_m < \mu_m$ isolant comme au 1° l'arc de passage $\alpha_m \beta_m$ et d'autre part un ou plusieurs ares de γ_k , de longueur réduite totale $\mu_m - \mu_m$, appartenant au sens strict à un ou plusieurs arcs directs de γk, les abscisses curvilignes réduites de l'extrémité d'un de ces arcs et de l'origine du suivant étant congrues (mod 1), en sorte que, mis bout à bout (suivant le module 1), l'ensemble de ces arcs constitue un seul arc de longueur réduite μ_m . Il est possible de déterminer, sur γ_k , ν_k intervalles d'isolement du type précédent, n'empiétant pas, de longueur réduite totale $\Sigma \mu_m = \mu - 1$, dont les extrémités, dans une large mesure arbitraires, et toutes distinctes entre elles, peuvent toujours être prises intérieures à des arcs directs de γ_k et correspondant à des valeurs de V distinctes des V correspondant aux points de ramification intérieurs de σ . Il restera, en outre, sur γ_t , un intervalle, décomposé ou non, de longueur réduite égale à un. Je donnerai ailleurs la démonstration de l'existence des intervalles d'isolement et leur mode de formation, qui permettent, comme on le verra, de préciser la jonction de l'anneau $[\lambda_k, \lambda_{k-1}]$ aux anneaux adjacents $[\lambda_{k+1}, \lambda_k]$ par les arcs de passage $\alpha_m \beta_m$, et d'effectuer le prolongement à p-k+1 feuillets de la portion $U < \lambda_{k-1}$ de σ dans tout l'intérieur de $|\zeta| = e^{\lambda_k - 1}$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — Des ensembles impropres. Note de M. Jean Capoulade.

Soit un domaine de révolution Ω , engendré par un domaine plan ω , tournant autour de l'axe z'z, sans point commun avec ω , mais ayant un segment σ inclus dans sa frontière. J'ai montré ($^{+}$) que la présence de σ n'affecte pas les propriétés de la fonction de Green du domaine Ω . On peut, avec M. Bouligand, considérer que ce segment joue, dans le plan (r, z) pour l'équation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0.$$

le rôle d'un ensemble impropre, qui lui est exceptionnellement dévolu par le coefficient $\frac{1}{r}$ infini sur ce segment.

La présente Note a pour but de prolonger les résultats de M. Bouligand (²) concernant les perturbations apportées par les singularités des coefficients d'une équation aux dérivées partielles du type elliptique sur le fait que certains ensembles deviennent impropres ou cessent de l'être.

Je considérerai dens le plan une équation de la forme

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \mathbf{A}(x, y) \frac{\partial u}{\partial x} + \mathbf{B}(x, y) \frac{\partial u}{\partial y} = \mathbf{C}(x, y) u = 0$$

où je supposerai, pour être assuré de l'unicité, $C \le o$; les coefficients A, B et C pourront devenir infinis sur certaines lignes dans des conditions que je préciserai ultérieurement. J'examinerai les particularités auxquelles donne lieu la résolution du problème de Dirichlet pour un domaine dont la frontière comprend certaines de ces lignes.

I. Soit d'abord le cas où l'on a :

$$\lambda = \frac{a_0 + f(x, y)}{x}, \quad C = \frac{b_0 + g(x, y)}{x^2};$$

⁽¹⁾ CAPOULADE, Sur la fonction de Green harmonique d'un domaine de révolution (Comptes rendus, 192, 1931, p. 325-326).

⁽²⁾ Bouligand, Sur les ensembles impropres dans le problème de Dirichlet (Acad. Roy. de Belg., 5° série, 17, 1931, p. 40-42); Sur Méquation $\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\lambda}{r} \frac{\partial u}{\partial r} = 0$ (libid., p. 379-383).

B, f, g continues dans la région utile R, ces deux dernières tendant vers zéro avec x; on aura comme ligne singulière un segment σ de l'axe y'y (σ intérieur au sens strict à R).

J'ai alors démontré les résultats suivants :

10 Pour
$$C \equiv 0$$
 $\begin{cases} si \ a_0 > 1 \ le \ segment \ \sigma \ est \ impropre; \\ si \ a_0 < 1 \ le \ segment \ \sigma \ est \ propre. \end{cases}$
20 Pour $C \neq 0$, $si \ b_0 < 0$ le $segment \ \sigma \ est \ impropre.$

II. Soit maintenant un arc de courbe Γ (pourvu d'une développée) strictement intérieur à une région R dans laquelle notre équation a la forme

$$\Delta u + \stackrel{\leftarrow}{\overset{\leftarrow}{v}} \frac{\overrightarrow{\operatorname{grad}} u}{\widehat{\sigma}} + \frac{f(x, y)}{\widehat{\sigma}^2} u = 0,$$

avec j(x, y) continue, δ plus courte distance d'un point voisin de l'arc à l'arc, k champ vectoriel continu qui le long de l'est normal à la courbe et dont la composante tangentielle est inférieure en valeur absolue à $k\delta$, en appelant k un coefficient fini.

J'ai alors démontré que si a_0 désigne la composante de v en un point de Γ sur la normale en ce point (orientée vers la concavité) et si b_0 est la limite de j en ce même point, les résultats obtenus précédemment pour σ sont encore valables pour Γ .

- III. Dans un ordre d'idées voisin se présente aussi l'étude des conditions dans lesquelles sous l'influence des singularités des coefficients de l'équation un ensemble qui serait impropre pour une équation à coefficients réguliers peut devenir apte à porter efficacement des données. On réalise; avec M. Bouligand, un exemple de cette nature, en prenant dans le plan l'équation (2) admettant le groupe des rotations autour de O et dont une solution invariante par ces rotations satisfasse à $\frac{d^2u}{dr^2} = o$.
- a. Systématisant, j'ai démontré que pour un domaine ayant pour frontière une sphère et son centre O, et pour l'équation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \lambda_1 \frac{x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z}}{x^2 + y^2 + z^2} + \frac{\lambda_2}{x^2 + y^2 + z^2} u f(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) = 0,$$

$$\text{dans laquelle } \lambda_2 f \leq 0.$$

$$1^{\circ} Si \lambda_2 = 0,$$

$$\{\lambda_1 < 0, le centre O est propre; \}$$

 $\{\lambda_1 \ge 0, le centre O est impropre. \}$

2° Si $\lambda_2 \neq 0$ et si f(r) est développable en série autour de r = 0,

$$f(r) = c_0 + c_1 r - \dots$$

si $c_0 = 0$ et $\lambda_1 < 0$ le centre est propre, il est impropre dans tous les autres cas.

b. De même pour un domaine ayant pour frontière une sphère et un diamètre AA' situé sur l'axe z'z et pour l'équation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \lambda_1 \frac{x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y}}{x^2 + y^2} + \frac{\lambda_2}{x^2 + y^2} u f(\sqrt{x^2 + y^2}, z) = 0,$$

dans laquelle $\lambda_2 f \leq 0$, j'ai obtenu pour déterminer la propriété ou l'impropriété du diamètre AA' des résultats identiques.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — Le problème de Riquier et ses généralisations. Note de M. Jean-Pierre Robert, présentée par M. E. Goursat.

1. Nous appellerons problème de Riquier (†) le problème qui consiste à déterminer une fonction n harmonique dans une région \mathcal{R} , connaissant les valeurs prises sur la frontière par cette fonction et par ses n-1 premiers laplaciens. Le but de la présente Note est de montrer comment on peut en retrouver la solution en utilisant, d'une part, nos formules de médiation (²) pour une valeur déterminée du rayon, et d'autre part, des équations intégrales singulières d'un type précédemment étudié (³).

Les méthodes employées permettent des généralisations étendues concernant la résolution de problèmes voisins : nous nous bornerons à quelquesuns d'entre eux. Comme précédemment, et sans nuire à la généralité, nous raisonnerons dans le plan.

2. Considérons, dans un plan, une région \mathcal{R} formée d'un domaine fini \mathcal{O} d'un seul tenant et de sa frontière F, P étant un point quelconque de \mathcal{O} , nous appellerons ρ la plus courte distance de P à la frontière F et C_P le cercle de centre P et de rayon ρ .

Proposons-nous de trouver une fonction u, solution de $\Delta^{(n)}u = 0$ dans toute la région considérée, et connaissant les valeurs $\varphi_0(Q), \varphi(Q), \ldots, \varphi_{n-1}(Q)$ que prend, sur la frontière, cette fonction u et ses n-1 premiers

⁽¹⁾ RIQUIER, Journal de Mathématiques, 5, 1926, p. 297.

⁽²⁾ J.-P. Robert, Comptes rendus, 191, 1930, p. 193; 192, 1931, p. 329 et 1146.

^(*) J.-P. Robert. Comptes rendus, 194, 1932, p. 242.

laplaciens. Posons, à cet effet,

$$\Delta^{(k)} u = U_k + (k = 1, 2, 3, \dots, n - 1).$$

L'équation $\Delta^{(n)}u = 0$ peut être remplacée par le système

$$\Delta \mathbf{U}_{n-1} = \mathbf{0}, \quad \Delta \mathbf{U}_{n-2} = \mathbf{U}_{n-1}, \quad \dots, \quad \Delta \mathbf{U}_1 = \mathbf{U}_2, \quad \Delta u = \mathbf{U}_1.$$

chacune de ces dernières équations est d'un type classique, d'où l'on déduit l'existence et l'unicité de la solution du problème de Riquier. Utilisons nos formules de médiation relatives aux fonctions n harmoniques et pour la seule valeur ρ du rayon. Les n fonctions précédentes $U_{n-1}, U_{n-2}, \ldots, U_1$ et u vérisient, en tout point P de \mathcal{R} , le système d'équations intégrales singulières suivant :

(S)
$$\begin{cases} \frac{1}{\pi \rho^{2}} \int \int_{C_{p}} U_{n-1}(\boldsymbol{m}) d\sigma_{m} = U_{n-1}(P), \\ \frac{1}{\pi \rho^{2}} \int \int_{C_{p}} U_{n-2}(\boldsymbol{m}) d\sigma_{m} = U_{n-2}(P) + \frac{1}{2} B_{1}^{2} \rho^{2} U_{n-1}(P), \\ \frac{1}{\pi \rho^{2}} \int \int_{C_{p}} U_{n-3}(\boldsymbol{m}) d\sigma_{m} = U_{n-3}(P) + \frac{1}{2} B_{1}^{2} \rho^{2} U_{n-2}(P) + \frac{1}{3} B_{2}^{2} \rho^{4} U_{n-1}(P), \\ \frac{1}{\pi \rho^{2}} \int \int_{C_{p}} u(\boldsymbol{m}) d\sigma_{m} = u(P) + \frac{1}{2} B_{1}^{2} \rho^{2} U_{1}(P) + \frac{1}{3} B_{2}^{2} \rho^{4} U_{2}(P) - \dots + \frac{1}{n} B_{n-1}^{2} \rho^{2n-2} U_{n-1}(P), \end{cases}$$

 (B_n^r) désigne un coefficient numérique dont la valeur a été indiquée dans une Note antérieure.)

Or on peut considérer ce système (S) indépendamment de $\Delta^{(n)}u = 0$; chacune des équations du système (S) est du type précédemment étudié; la première équation (S) détermine $U_{n-1}(P)$, puisque l'on connaît les valeurs $\varphi_{n-1}(Q)$ qu'elle prend sur la frontière; la deuxième équation (S) détermine U_{n-2} , etc.; de proche en proche on en déduit la fonction u, prenant les valeurs requises sur le bord. La solution du système (S) étant unique, elle coïncide avec la solution du problème de Riquier.

3. Considérons maintenant une fonction u(P) qui, dans \mathcal{R} , vérifie l'équation $\Delta u = R(P)$, où R(P) est une fonction donnée que nous supposons continue dans $\mathcal{O} + F$. Nos formules limitées de médiation nous permettent d'écrire que cette fonction u est solution d'une équation de la forme

(i)
$$\frac{1}{\pi \rho^2} \int \int_{C_m} u(m) d\sigma_m = u(P) + \rho^2 \, \varepsilon(P),$$

laquelle a été envisagée dans notre Note précédente; cette équation (1) admet une solution et une seule prenant des valeurs convenues sur le bord. Nous avons prouvé que cette solution de (1) admettait un laplacien généralisé — au sens de M. Bouligand (1) — en tout point P de ω , et que ce laplacien était précisément égal à R(P).

On appliquerait les méthodes précédentes et l'on ferait les mêmes remarques concernant le problème de Riquier relatif à l'équation $\Delta^{(m)}u = R(P)$ où la fonction R(P) est supposée continue dans $\mathcal{O} + F$.

4. Les mêmes méthodes peuvent s'appliquer, à la faveur du dernier théorème de notre précédente Note, au problème de Riquier relatif à l'équation

$$\Delta^{(n)}u + \lambda_1\Delta^{(n-1)}u + \ldots + \lambda_{n-1}\Delta u + \lambda_n u = 0$$

en supposant que l'équation caractéristique

$$X^n + \lambda_1 X^{n-1} + \ldots + \lambda_{n-1} X + \lambda_n = 0$$

ait toutes ses racines réelles et ≥ 0 , l'existence de racines multiples n'introduisant aucune difficulté supplémentaire.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — Sur certains systèmes linéaires d'équations aux dérivées partielles du type elliptique. Note de M. M. Ghermanesco, présentée par M. E. Goursat.

Parmi les systèmes d'équations linéaires aux dérivées partielles du type elliptique, il y en a certains, dont l'intégration peut être réduite à celle d'une seule équation d'un ordre plus élevé mais qui rentre dans un type étudié, tel serait le cas de l'équation n-métaharmonique que nous avons considéré dans quelques Notes antérieures (2).

1. Comme exemple, citons le système d'équations

(1)
$$\Delta u_i + \lambda_{i_1} u_1 + \lambda_{i_2} u_2 + \ldots + \lambda_{i_n} u_n = f_i$$

$$(i = 1, 2, \ldots, n),$$

les λ_{ik} étant des constantes, tandis que les f_i sont des fonctions régulières

⁽¹⁾ G. BOULIGAND, Mémorial des Sciences mathématiques, fasc. XI, p. 6 et 13.

^(*) Comptes rendus, 193,-1931, p. 107, 477, 638, 918.

dans un domaine D de l'espace à p dimensions. En posant

$$f_1 - \Delta u_1 - \lambda_k u_1 = \Lambda_1', \quad f_k - \lambda_{k1} u_1 = \Lambda_k \quad (k = 2, 3, ..., n),$$

et en supposant les fonctions u_i dérivables 2n fois ou seulement admettant des laplaciens jusqu'au n^{ieme} , on obtient pour la fonction u_i l'équation

qui, vu les expressions des An, n'est qu'une équation de la forme

(3)
$$\Delta^n u + \lambda_1 \Delta^{n-2} u + \lambda_2 \Delta^{n-2} u + \ldots + \lambda_n u = F$$

les \(\lambda_i\) étant des constantes.

2. On réduit de la même manière le système plus général

(4)
$$\Delta^{k_i}u_i + F_{l_1}(u) + F_{l_2}(\Delta u) + \ldots + F_{ik_i}(\Delta^{k_i-1}u) = f_i \quad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

les $F_{im}(\Delta^p u)$ désignant des expressions linéaires et homogènes à coefficients constants par rapport aux fonctions inconnues $\Delta^p u_1$, $\Delta^p u_2$, $\Delta^p u_n$.

3. Le système des deux équations

(5)
$$\begin{cases} \Delta^n u + a_0 u + a_1 \Delta u + \dots + a_{n-1} \Delta^{n-1} u + b_0 v + b_1 \Delta v + \dots + b_m \Delta^m v + \mathbf{F}, \\ \Delta^m u + \alpha_0 u + \alpha_1 \Delta u + \dots + \alpha_{m-1} \Delta^{m-1} u + \beta_0 v + \beta_1 \Delta v + \dots + \beta_n \Delta^n v = \mathbf{\Phi} \end{cases}$$

rentre dans le type précédent. En posant

$$\Lambda = \mathbf{F} - \Delta^n u - a_0 u + a_1 \Delta u + \dots + a_{n-1} \Delta^{n-1} u.
\mathbf{B} = \Phi - \Delta^m u - \alpha_0 u - \alpha_1 \Delta u - \dots - \alpha_{m-1} \Delta^{m-1} u.$$

on obtient pour u l'équation

qui est, vu les expressions des A et B, une équation de la forme (3), commençant par un laplacien du $(m+n)^{\text{lème}}$ ordre.

1. La considération des systèmes tels que (5) est imposée, entre autres, quand on recherche les solutions complexes des équations telles que (3) satisfaisant à des conditions données sur la frontière du domaine d'existence des solutions respectives.

THÉORIE DES FONCTIONS. — Sur le domaine de convergence des séries de polynomes homogènes. Note de M. F. Leja, présentée par M. Émile Borel.

Soit

$$(1) \qquad \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{P}_n(x,y)$$

une série de polynomes homogènes des deux variables complexes x et y où $P_n(x, y)$ est un polynome d'ordre n au plus :

(2)
$$P_n(x, y) = a_{n0}x^n + a_{n-1,1}x^{n-1}y + \ldots + a_{0n}y^n \qquad (n = 0, 1, \ldots).$$

Une telle série jouit de la propriété élémentaire suivante : si elle converge en un point (x_0, y_0) elle converge (absolument) en chaque point du cercle

$$x = h x_0, \quad y = h y_0,$$

où h est un nombre quelconque dont le module est < 1.

Les séries (1) avaient été examinées par M. F. Hartogs. On lui doit la

proposition remarquable suivante, dont la démonstration n'est pas du tout simple (+):

A. Si la série (1) converge dans un domaine à 4 dimensions: 1° elle converge uniformément dans le voisinage de chaque point de ce domaine; 2° elle converge nécessairement aussi dans un voisinage de l'origine x = y = 0.

Ce théorème, dont la démonstration donnée par M. Hartogs est basée sur une propriété des séries de fonctions analytiques quelconques (²), peut être considérablement généralisé. En s'appuyant sur certaines propriétés des séries de polynomes d'une variable que j'ai énoncées dans les deux Notes précédentes (³) on peut démontrer ce que voici :

I. Si la série (1) converge sur une surface bicerclée suivante (4);

$$(3) : |x-a| \neq r, |y-b| = s,$$

où les nombres a, b et r > 0, s > 0 sont quelconques, elle converge uniformément dans le voisinage de chaque point du domaine

$$x - a < r$$
, $|y - b| < s$.

Cette proposition peut être déduite de la suivante (qui constitue une généralisation insignifiante du théorème contenu dans la seconde des deux Notes citées): Si une série de polynomes en x

$$\sum_{n=0}^{\infty} Q_n(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (c_{nn} + c_{n1}x + \dots + c_{nn}x^n),$$

dont les coefficients c_{nk} , $k=0,1,\ldots,n$, $n=0,1,\ldots$, dépendent de la variable y appartenant à un ensemble Y, converge uniformément par rapport à y, pour presque tous les x de la circonférence |x-a|=r, la série

$$\sum_{n=0}^{\infty} Q_{n}(x)(1-\varepsilon)^{n}, \quad \text{où} \quad \text{o} < \varepsilon < \varepsilon,$$

converge uniformément par rapport aux x et y, où x appartient au cercle |x-a| < r et y appartient à l'ensemble Y.

⁽¹⁾ Math. Ann., 62, 1906, p. 72.

⁽²⁾ Loc. cit., p. 9.

⁽³⁾ Comptes rendus, 193, 1931, p. 506-509 et 764-766.

⁽⁵⁾ Il suffit même de supposer que cette convergence ait lieu presque partout sur la surface (3).

Observons que la proposition I entraîne immédiatement la partie 1° du théorème A. La partie 2° de ce théorème résulte de la proposition générale suivante:

II. Si la série (1) converge sur une courbe continue

(4)
$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad 0 < t < 1.$$

telle que la courbe

$$(5) z = \frac{y(t)}{x(t)}, o < t < 1.$$

contienne un arc de longueur positive cette série converge uniformément dans un voisinage de l'origine x = y = 0.

Cette proposition est une conséquence du théorème énoncé dans la première des Notes citées. Dans le cas où la courbe (4) se réduit à une circonférence non située sur aucun plan analytique de la forme ax+by=0 on peut établir une proposition beaucoup plus précise que celle qui précède. On peut notamment démontrer que :

III. Si la série (1) converge (presque partout) sur une circonférence

$$(6) \qquad \qquad |x-x_0|=r, \quad y=y_0,$$

où r > o et |y| > o sont quelconques, elle convergé uniformément dans le voisinage de chacun des points du domaine cylindrique

$$\left| x - \frac{x_0}{y_0} y \right| < r, \quad |y| < |y_0|.$$

Il est évident que le centre (x_0, y_0) de la circonférence (6) est situé sur la frontière du domaine (7) et que ce domaine est d'un seul tenant et contient l'origine x = y = 0 à son intérieur. Cette propriété du domaine (7) prouve que, si la série (1) converge dans le voisinage d'un point quelconque P, elle converge uniformément dans un domaine connexe joignant le point P avec l'origine. Il en résulte que:

IV. Le domaine de convergence d'une série de polynomes homogènes est toujours d'un seul tenant.

Observons que ce résultat n'est pas contenu dans le théorème A.

Observons encore que l'hypothèse concernant la courbe (5) dans la proposition (II) ne peut pas être rejetée. On peut montrer qu'il existe des séries de polynomes homogènes qui sont convergentes en chaque point d'un ensemble des plans ax + by = 0 partout dense dans l'espace et qui ne sont uniformément convergentes dans aucun domaine.

ÉLASTICITÉ. — Sur l'effort maximum dans un corps plan percé d'un trou circulaire. Note de M. Édouard Callandreau.

La présente Note a pour but, en partant des formules intéressantes récemment établies par M. Davin (¹), d'obtenir de façon simple la grandeur de l'effort maximum, quì, tout au moins en pratique, présente souvent le plus d'intérêt dans de tels problèmes.

Je considère, le centre du trou de rayon r_0 étant pris comme origine, le cas usuel, d'une tension N uniforme à l'infini dont la direction est prise pour celle de l'axe des abscisses, et d'un bord *libre* du trou, sur lequel alors N_r et T s'annulent.

Les efforts normaux maxima, en fait pressions principales, correspondent aux directions porteuses d'efforts tangentiels nuls. Or l'effort tangentiel T, d'après les formules de M. Davin, ne sera nul, en laissant de côté le cas où il le serait identiquement, que si le coefficient n qui y est introduit vaut l'unité; ce qui fait dépendre T du seul multiple 2φ de l'angle polaire, et fournit les directions $(0, \pi)$ et $\left(\pm \frac{\pi}{2}\right)$ pour les éléments relatifs aux pressions principales. Les expressions, en un point (r, φ) , de ces dernières s'écrivent donc, compte tenu des conditions à l'infini, où N_r et N_T valent respectivement

$$\frac{\lambda}{2}(1+\cos2\phi),\qquad \frac{\lambda}{2}(1+\cos2\phi),$$

et sur le bord du trou

$$\begin{split} \mathbf{N}_r &= \frac{\mathbf{N}}{2} \left[\left(\mathbf{I} + \frac{r_0^2}{r^2} \right) \! \left(\mathbf{I} + \alpha \, \frac{r_0^2}{r^2} \right) \! + \left(\mathbf{I} - \frac{r_0^2}{r^2} \right) \! \left(\mathbf{I} + a \cdot \frac{r_0^2}{r^2} \right) \cos 2 \, \varphi \right], \\ \mathbf{N}_T &= \frac{\mathbf{N}}{2} \left[\left(\mathbf{I} + \frac{r_0^2}{r^2} \right) + \alpha \, \frac{r_0^2}{r^2} \left(\mathbf{I} - \frac{r_0^2}{r^2} \right) - \left\{ \mathbf{I} + \left(b - \mathbf{I} \right) \frac{r_0^2}{r^2} + a \, \frac{r_0^2}{r^4} \left(\cos 2 \, \varphi \right) \right]. \end{split}$$

car l'équation de continuité:

$$\Delta(N_r + N_{\hat{\mathbf{T}}}) = 0$$

liée aux conditions limites montre que la différence des coefficients de $\cos 2\phi$ dans N_r et N_T est simplement proportionnelle à $\frac{r_n^2}{r^2}$; elle conduit d'autre part à faire α nul. De sorte que l'on a

$$N_r + N_T = \frac{N}{2} \left[2 + (a - b) \frac{r_0^2}{r^2} \cos 2\varphi \right]$$

⁽¹⁾ Comptes rendus, 193, 1931, p. 1318.

Or les efforts en élasticité plane peuvent être regardés comme dérivant d'une fonction F dite fonction d'Airy; soit :

$$N_r = \frac{\partial^z \mathbf{F}}{\partial r^z}, \qquad N_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^z \mathbf{F}}{\partial \varphi^z}, \qquad \mathbf{T} = -\frac{\partial}{\partial r} \Big(\frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \varphi} \Big).$$

La première, intégrée deux fois, donne, à certaines constantes, près l'expression de F; la seconde, qui constitue alors une identité, permet de déterminer ces constantes : elle oblige aussi à faire nul le coefficient (b-1) d'un terme logarithmique; enfin la troisième doit s'annuler sur le pourtour du trou, par quoi se trouve fixée l'arbitraire a que l'on obtient égale à -3.

Ce sera donc sur les directions $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ que $N_{\scriptscriptstyle T}$ et aussi $N_r + N_{\scriptscriptstyle T}$, qui varient alors dans le même sens, présenteront leur maximum. Ce sera aussi sur le pourtour du trou, ainsi qu'il convient pour la fonction $N_r + N_{\scriptscriptstyle T}$ harmonique à l'intérieur du corps. Comme du reste N_r est constamment nul sur ce pourtour, on a, de toute manière, la valeur maxima de l'effort $N_{\scriptscriptstyle T}$ aux deux points $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ sur le bord du trou. Et l'on retrouve ainsi un résultat déjà obtenu par une autre voie par A. Léon (Osterr. Wochenschrift f. d. öff. Baudienst, 1908), à savoir que l'effort $N_{\scriptscriptstyle T}$ peut atteindre aux points précités le maximum 3N.

Il pourrait être intéressant de rechercher la valeur maxima de l'effort lorsque le corps ne peut plus être regardé comme infiniment grand par rapport aux dimensions du trou; mais l'introduction d'une aire doublement connexe rend alors bien moins aisée la solution de la question.

ÉLASTICITÉ. — Plaques minces rectangulaires soumises à des forces variables.

Note de M. Sonier, présentée par M. A. Mesnager.

La flèche w (déplacement élastique normal à la surface de la plaque) en un point quelconque (x, y) d'une plaque rectangulaire, fixée sans encastrement suivant ses quatre bords x = 0, x = a, y = 0, y = b, peut s'exprimer, à tout instant, sous la forme

$$w = \sum_{m=n} \Lambda_{m,n} \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{b},$$

où m et n = 1, 2, 3,

Les facteurs $\Lambda_{m,n}$ sont par suite des fonctions du temps t.

De même

$$\varphi = \sum_{m} \sum_{n} f_{m,n}(t) \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{b}$$

peut servir à représenter tout système de forces extérieures, variables ou mobiles, normales à la plaque.

Écrivons maintenant l'équation différentielle des plaques minces

$$\frac{\mathrm{EI}}{\mathrm{I} - \eta^2} \Delta \Delta \omega = \varphi - \frac{p}{g} \frac{d^2 \omega}{dt^2};$$

 $\frac{p}{\omega}$ représente la masse de la plaque par unité de surface;

I est son moment d'inertie pour une section de longueur égale à l'unité; E, le coefficient d'élasticité de la matière de la plaque;

 η , le coefficient de Poisson.

Le symbole Δ signifie $\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2}$.

En tenant compte des expressions adoptées pour φ et w, cette équation devient

$$\sum_{m}\sum_{n}\left[\frac{p}{g}\frac{d^{2}\mathbf{A}_{m,n}}{dt^{2}}+\frac{p}{g}\mathbf{N}^{2}\mathbf{A}_{m,n}-f_{m,n}(t)\right]\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b}=0,$$

où

$$N = \pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \sqrt{\frac{\text{El}_S}{(1 - \eta^2)p}}.$$

Elle sera satisfaite, quels que soient x et y, si la quantité entre crochets est nulle, condition qui détermine $A_{m,n}$, en fonction de t, par une équation différentielle linéaire. Il nous suffit, ici, de l'intégrale particulière

(1)
$$\mathbf{A}_{m,n} = \frac{g}{p \, \mathbf{N}} \int_0^t f_{m,n}(t_1) \sin \mathbf{N}(t-t_1) \, dt_1,$$

car nous n'avons en vue que la détermination de la flèche due aux forces extérieures depuis l'instant (d'ailleurs arbitraire) t = 0.

Application. — Pour une charge d'intensité P, concentrée au point (x_i, y_i) , on doit prendre :

$$f_{m,n}(t) = \frac{4P}{ab} \sin \frac{m\pi x_1}{a} \sin \frac{n\pi y_1}{b};$$

en posant $x_4 = vt$, cette charge se déplace parallèlement à l'axe Ox depuis l'instant t = o où la charge s'est engagée sur la plaque.

On trouve dans ces conditions:

(2)
$$A_{m,n} = \frac{4\operatorname{Pag}}{\operatorname{pb}(a^2\operatorname{N}^2 - \pi^2v^2m^2)} \left(\sin\frac{m\pi x_1}{a} - \frac{\pi mv}{a\operatorname{N}}\sin\frac{\operatorname{N} x_1}{v}\right) \sin\frac{n\pi y_1}{b}.$$

Calculons la flèche au centre de la plaque, en prenant $y_1 = \frac{a}{2} = \frac{b}{2}$:

$$\varphi = \frac{4(1-\eta^2) P a^2}{\pi^1 EI} \sum_{i} \sum_{j} (-1)^{\frac{i-1}{2}} \frac{(i^2+j^2) \sin \frac{i\pi x_1}{a} - i\alpha \sin \frac{(i^2+j^2) \pi x_1}{a}}{(i^2+j^2) [(i^2+j^2)^2 - i^2\alpha^2]},$$

avec

$$i \text{ et } j = 1, 3, 5, \ldots$$
 et $\alpha = \frac{\alpha v}{\pi} \sqrt{\frac{1 - \eta^2}{\text{EI} g} p}$.

Dans la pratique, a prend généralement des valeurs très petites. Le dernier terme du numérateur, dans la série, correspond alors à une faible oscillation périodique qui présente des maxima ou des minima pour

$$\frac{x_1}{a} = \frac{2k+1}{4} \alpha.$$

k étant un nombre entier; les k impairs correspondent à des accroissements de la flèche; le sinus du terme en question est alors égal à -1, car i^2+j^2 est toujours un multiple de 8, plus 2.

Ce cas peut se produire, en particulier, quand $x_1 = \frac{a}{2}$. La précédente formule se réduit, dans ces conditions, à

$$w = \frac{4(1-\eta^2) P a^2}{\pi^4 EI} \sum_{i} \sum_{j} \frac{1}{(i^2+j^2) \left[i^2+j^2-(-1)^{\frac{i-1}{2}} i\alpha\right]}$$

La série double est transformable en série simple; en posant

$$\gamma_{i} = \sqrt{1 - (-1)^{\frac{i-1}{2}} \frac{\alpha}{i}} :$$

$$\alpha = \frac{(1 - \eta^{2}) \operatorname{P} a^{2}}{\pi^{3} \operatorname{EI} \alpha} \sum_{i} \frac{(-1)^{\frac{i-1}{2}}}{i^{2}} \left(\frac{\operatorname{th} \frac{i \pi \gamma_{i}}{2}}{\gamma_{i}} - \operatorname{th} \frac{i \pi}{2} \right).$$

Supposons $\alpha = \frac{2}{31}$, valeur de l'ordre de celles que l'on rencontre pour les dalles de ponts; on trouve w = 0, or 1937 $\frac{1 - \eta^2}{EI}$ P a^2 , flèche peu supérieure

à celle que produirait la charge introduite sans vitesse : 0,011601 $\frac{1-\eta^2}{El}$ P a^2 .

Ces formules négligent l'inertie de rotation des éléments de la plaque, facteur généralement peu important. On peut en tenir compte cependant, en partant d'une équation différentielle corrigée en conséquence. On trouve alors qu'il suffit de remplacer p par $p + \pi^2 \Gamma \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)$ dans les formules $(\bar{1})$ ou (2) (y compris dans l'expression de N), $\frac{\Gamma}{g}$ étant le moment d'inertie, par unité de surface, de la masse de la plaque, par rapport au plan de son feuillet neutre.

HYDRODYNAMIQUE EXPÉRIMENTALE. — Sur les profils virtuels de moindre résistance. Note de M. Michel Luntz, présentée par M. M. Brillouin.

Il est possible d'obtenir virtuellement le profil de moindre résistance complétant celui d'un obstacle réel quelconque, en lançant un jet d'air dans le sillage de ce dernier.

Le dispositif expérimental consiste en un tube d'acier de 10cm de diamètre, muni de deux fenêtres en glace, dont l'une sert à l'éclairage et l'autre à l'observation. Un courant d'eau vertical ascendant le parcourt avec une vitesse uniforme. A l'intérieur du tube, on a fixé un disque circulaire plan de 5cm de diamètre, de 1mm d'épaisseur qui crée des perturbations en amont et en aval. Ce disque est percé d'un trou circulaire de 1cm de diamètre par lequel on amène à l'aval du disque et dans son sillage un jet d'air comprimé. Le courant d'eau, dont la vitesse est à peu près de 50cm par seconde (ce qui correspond au nombre de Reynolds de l'ordre de 15000), produit en aval du disque un sillage bien caractérisé.

Sans modifier le débit du courant d'eau, on envoie l'air comprimé dans le sillage. On constate qu'il existe une pression bien déterminée de l'air pour chaque vitesse du courant d'eau, pour laquelle il se forme en aval de l'obstacle une surface de séparation très nette entre l'air et l'eau, surface dont la forme est invariable. Pour les pressions plus faibles ou plus élevées, on constate seulement le phénomène banal de la formation des bulles d'air. Comme il fallait bien s'y attendre, cette surface constitue le profil de moindre résistance. En même temps disparaît le mouvement turbulent non seulement en aval de l'obstacle, mais aussi en amont.

Ce phénomène très net et très caractéristique permettrait en particulier

de reconnaître expérimentalement le profil de moindre résistance limité en amont par un contour donné et pour un régime d'écoulement donné.

Les figures montrent pour le même courant d'eau l'écoulement en l'absence du jet d'air (fig. 1) et l'écoulement qui s'établit lorsque l'eau et le jet d'air ont une surface de séparation (fig. 2). On remarquera la disparition des tourbillons en amont de l'obstacle.







Fig. 2.

Sur ces figures on a photographié la moitié du phénomène, l'autre est identique, le phénomène étant de révolution.

ASTRONOMIE. — Sur les périodes probables des étoiles doubles visuelles dont l'orbite est encore inconnue. Note (1) de M. D. BARBIER, présentée par M. Ernest Esclangon.

Nous avons indiqué (2) comment on peut déterminer la fonction de répartition des excentricités et des anomalies moyennes des étoiles doubles

⁽¹⁾ Séance du 25 janvier 1932.

⁽²⁾ Comptes rendus. 192, 1931, p. 1635, et 193, 1931, p. 1393.

dont l'orbite est encore inconnue et comment on peut calculer leurs excentricités probables. Il nous reste à montrer comment on peut obtenir les périodes. Willem J. Luyten a donné (') dans ce but une formule valable dans tous les cas, même en l'absence de mouvement orbital appréciable. La formule que nous proposerons ici est plus précise et ne nécessite pas la connaissance de la parallaxe du système, mais par contre il faut connaître ρ , ρ'' et θ' , ρ et θ désignant la distance et l'angle de position.

La relation suivante s'établit sans difficulté :

$$g^2 = \frac{\rho''}{\rho} = \frac{n^2}{(1 - e \cos u)^3},$$

où n, e et u sont respectivement le moyen mouvement, l'excentricité et l'anomalie excentrique. Suivant une notation que nous avons souvent employée nous poserons

$$\sigma = 1 - \frac{\rho''}{\rho \theta'^2}$$
,

on obtient alors

$$\log P_{an} = \log 360 - \log \theta' - \frac{1}{2} \log \sigma - \frac{3}{2} \log(\tau - e \cos u),$$

et pour la valeur probable de logP,

$$\overline{\log P} = A + \log 360 - \log \theta' - \frac{1}{2} \log \theta$$

avec

$$A = -\frac{3}{2} \int_{0}^{1} \int_{0}^{\pi} \log(1 - e \cos u) N(e, g) de dg,$$

N(e, g) est la fonction de répartition de l'excentricité et de l'anomalie moyenne g. Il est aisé de calculer l'erreur probable sur A.

Nous allons d'abord vérifier la formule sur les étoiles dont l'orbite est connue. Nous disposons de 117 couples pour lesquels nous avons calculé θ' et σ à deux époques différentes (1870 et 1910). D'autre part, pour chacune de ces époques, nous déterminons d'après l'orbite la quantité $\log(1-c\cos u)$; nous avons trouvé ainsi

$$A = +0,0032 \pm 0,203.$$

Nous avons calculé ensuite la valeur probable de log P pour chaque étoile. Pour l'ensemble des 117 couples pris deux fois on a

$$\overline{\log P_{\text{vral}}} = 1,882$$
 $\overline{\log P_{\text{hyp}}} = 1,843.$

⁽¹⁾ Proceedings National Academy of Sciences, 16, 1930, p. 252.

l'écart moyen est \pm 0,274, celui de A étant \pm 0,203 nous attribuons la différence, soit 0,071, à l'incertitude des données.

Nous pouvons passer maintenant au calcul de logP pour les étoiles d'orbites inconnues. Nous trouvons d'abord

$$A = -0.0468 \pm 0.235$$

Nous adoptons pour les erreurs sur les données le nombre 0,071 trouvé précédemment et nous avons

$$\overline{\log P} = 2,509 - \log \theta' - \frac{1}{2} \log \sigma \pm 0,306.$$

Nous obtenons pour valeur moyenne de logP pour l'ensemble des

$$\overline{\log P} = 2,701.$$

Nous avions trouvé pour leurs excentricités :

$$\bar{e} = 0.58; \quad \sqrt{\bar{e}^2} = 0.62.$$

La répartition de logP est la suivante :

Nous avons étudié ensuite la corrélation de $\overline{\log P}$ avec le type spectral; nous reproduisons également les résultats relatifs à $\overline{e^2}$ obtenus précédemment :

Spectre	В.	' A. '	F	G.	. K	Μ.
Nombre de couples.	8	19	38	29	13	0
$\overline{\log P}$	2,54	· 2,60	2,72	2,68	. 2,95	,))
$\overline{e^2}$	0,323	0.347	0,378	0.430	0.458	.))

La période et l'excentricité croissent lorsque le type spectral progresse. Reste à étudier la corrélation entre l'excentricité et la période. Le tableau suivant, soù les intervalles ont été choisis de manière que le nombre de couples dans chaque intervalle soit sensiblement le même, montre que e^2 semble croître avec $\overline{\log P}$; mais cet effet n'est pas certain :

Les nombres ci-dessus sont néanmoins en bon accord avec les nombres trouvés pour les étoiles doubles dont l'orbite est connue. Lundmark (†) avait déduit de ces dernières la formule suivante :

$$e = 0.0973 \log P + 0.3351$$
.

ce qui donne

log P	2,25	2,60	2,85	. 3,50
$e_{ m calc}$	d,554	0,588	. 0,612	0,676
$\sqrt{\overline{e^2}_{\mathrm{hyp.}}}$	0,559	0,664	0,583	0,696
Δe	+0,005	+0,076	-0,029	+0,020

La formule précédente qui représente bien les données pour $\log P$ comprisentre -2.5 et +3.5 donnerait e=1 pour $\log P=6.8$ et ceci montre l'intérêt qu'il y a, au point de vue cosmogonique (²), à vérifier cette formule pour des couples de périodes de plus en plus grandes.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — Étude de la couronne solaire au spectrohéliographe en dehors des éclipses. Note (3) de M. Bernard Lyot, présentée par M. Ernest Esclangon.

Au mois d'août 1930 j'avais réussi à voir et à photographier la raie verte et la raie rouge de la couronne solaire avec un spectroscope à vision directe (1).

En 1931, pendant les mois de juillet et août, j'ai repris ces expériences avec deux spectrographes beaucoup plus dispersifs et un spectrohéliographe.

Appareils. — Le premier spectrographe avait pour système dispersif un réseau concave de Rowland de 7^m de rayon de courbure, dont la partie striée mesure 14^{cm},5 et qui travaillait dans le deuxième ordre. Le deuxième spectrographe et le spectrohéliographe avaient pour système dispersif un prisme de 61^c en flint, dont les faces mesurent 15^{cm} de large. Ce prisme, placé entre un miroir plan et une lentille simple de 3^m,60 de distance focale, était traversé deux fois par les rayons. Les pièces optiques étaient portées par deux bâtis bloqués à l'intérieur du tube du télescope au moyen de vis calantes.

⁽¹⁾ Meddelanden fran astronomiska Observatorium Upsala, nº 20, 1927.

⁽²⁾ Ceci signifierait, si notre extrapolation était vérifiée, qu'il n'y a pas de couples de période supérieure à dix millions d'années.

⁽³⁾ Séance du 25 janvier 1932.

^(*) Comptes rendus, 191, 1930, p. 834.

La fente et le porte-châssis, communs aux deux appareils, étaient fixés à un panneau de bois que l'on substituait au barillet du miroir.

Les réglages des deux spectrographes étaient faits entièrement de l'extérieur, au moyen de sept commandes en tubes d'aluminium qui traversaient ce panneau.

L'astigmatisme du réseau concave était corrigé au moyen d'une lentille cylindrique convergente placée à une quarantaine de centimètres de la plaque. Cette lentille diminuait la largeur du spectre mais elle augmentait beaucoup sa luminosité.

Les déplacements des raies spectrales, dus aux variations de température du prisme et aux flexions, étaient corrigés, pendant la durée des poses photographiques, en rendant le porte-châssis mobile dans deux directions rectangulaires et en suivant, au moyen d'un microscope lié à celui-ci, une image d'un petit trou éclairé par un arc au fer.

L'image de la couronne était formée par un coronographe plus grand et meilleur que celui de 1930 et dont le tube était fixé le long de celui du télescope (¹). Elle était renvoyée sur la fente du spectrographe par deux prismes à réflexion totale. Sur cette image, le diamètre Est-Ouest du Soleil était parallèle à la fente, il mesurait 30mm. L'enregistrement au spectrohéliographe était fait avec le prisme, en munissant le porte-châssis d'une deuxième fente; les mouvements nécessaires étaient assurés par deux électro-aimants à longue course commandés par une roue à contacts embrayèe avec le mouvement d'horlogerie de l'équatorial.

Raie verte. — Au réseau concave, un spectre a été obtenu avec une pose de deux heures et une dispersion de 1,2 Å par millimètre. Il montre, au bord Ouest, la raie verte de la couronne très large, au milieu des raies solaires beaucoup plus fines, dues à la lumière diffuse. Sa largeur totale est de 1,3 Å. La courbe de lumière, relevée au microphotomètre, est très régulière, et, si l'on tient compte de la raie solaire 5302, 3, elle paraît bien symétrique.

Avec le prisme et une dispersion de 5Å par millimètre, j'ai obtenu 7 spectres montrant la raie verte et quatre épreuves par sections dont deux sont très bonnes et montrent ses variations d'aspect de 2 en 2 minutes tout autour du Soleil, jusqu'à 40" du bord solaire. Sur le cliché, exception faite de ses bords très peu lumineux, la raie paraît avoir en tout point une largeur sensiblement constante de 0,8 ou 0,9Å. Sa hauteur atteint fréquemment 7' et même 9' en certains points. Son intensité s'accroît parfois légèrement lorsqu'on s'éloigne du Soleil, jusqu'à une ou deux minutes du bord solaire; au delà, elle diminue régulièrement. Elle varie beauccup avec la latitude : elle est, en général, très grande vers l'équateur et faible au delà du 30° degré. Aux pôles, la raie, parfois visible, disparaît souvent

⁽¹⁾ Comptes rendus, 193, 1931, p. 1169.

complètement. Près du bord, l'intensité, rapportée à celle de 1 Å du spectre continu solaire, atteint, par endroit, 70 millionièmes et devient, en quelques points, inférieure à 2,5 millionièmes. Ses variations sont donc beaucoup plus fortes que celles du spectre continu de la couronne. La raie, sensiblement rectiligne, subit parfois de très légères déviations correspondant à des vitesses radiales de quelques kilomètres par seconde.

Les mesures de longueur d'onde ont été effectuées par M. H. Grenat. Leur précision est limitée surtout par la largeur de la raie. La moyenne des valeurs trouvées sur 36 images, exprimée en Å internationaux, est 5302,87 à l'Ouest et 5302,83 à l'Est, La différence 0,04, très incertaine, correspondrait à une rotation un peu plus lente que celle du Soleil. La longueur d'onde moyenne de la raie est 5302,85 ± 0,03.

D'autres épreuves ont été obtenues, soit en augmentant beaucoup le nombre des sections, soit en donnant à l'image de la couronne et à la plaque photographique un mouvement continu. Sur ces épreuves, la lumière de la raie verte dessine des masses lumineuses ayant des formes semblables à celles que l'on voit, dans la couronne intérieure, sur des clichés directs pris avec la lumière du spectre continu mais les constrastes de la raie verte sont beaucoup plus accusés.

Raie rouge. — Sept spectres ont été pris avec le prisme et une dispersion de 11 Å par millimètre. Les poses ont varié de 30 minutes à 3 heures 30 minutes sur plaques panchromatiques hypersensibilisées à l'ammoniaque. Sur ces clichés, la raie semble plus large que les raies solaires (sa largeur serait comparable à celle de la raie verte). Elle est visible jusqu'à 6' du bord solaire. Ses variations d'intensité, étudiées visuellement et sur deux épreuves par sections, étaient analogues à celles de la raie verte. L'intensité maxima, enregistrée au bord Est, a été les 20 millionièmes de celle de 1 Å du spectre continu solaire. La raie a été photographiée plusieurs fois jusqu'au pôle Nord.

La moyenne des longueurs d'ondes trouvées, par M. H. Grenat, sur les quatre meilleurs clichés, est $6374,75 \pm 0.15 \text{ Å}$ internationaux.

Autres radiations. — J'ai obtenu, avec le prisme et une dispersion de 2Å par millimètre, des spectres s'étendant jusqu'à 3800Å; aucune raie coronale n'y apparaît. Deux bonnes épreuves par sections ont été faites avec la même dispersion, sur les régions des raies coronales 4232 et 4086. On ne voit, sur ces épreuves, que des raies solaires. L'étude de ces clichés montre que, si les raies cherchées n'ont pas une largeur supérieure à celle de la raie

verte, leurs intensités ne devaient pas dépasser 6 millionièmes de celle de 1 Å du spectre continu solaire.

Dans l'extrême rouge, la raie coronale 6704 a été recherchée également sans succès.

Ces résultats, obtenus trois ou quatre ans après le maximum d'activité solaire, montrent que les méthodes employées permettent d'étudier la raie verte et la raie rouge du spectre coronal en tout temps, d'une manière plus précise et plus complète que pendant les éclipses. Les autres raies coronales pourraient, sans doute, être obtenues de la même manière, aux époques de maximum.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — Sur le potentiel newtonien. Note de M. N. Gunther, présentée par M. J. Hadamard.

- 1. Si les points limites d'un ensemble ouvert (E) forment un ensemble (E') mesurable en sens de Riemann et de mesure nulle, nous dirons que l'ensemble (E+E') est un domaine. Nous dirons qu'un ensemble de domaines, jouissant d'une certaine propriété, forme un corps, si : 1° chaque domaine (ω) est la limite des domaines inscrits et circonscrits appartenant au corps; 2° les domaines (ω_4) et (ω_2) faisant partie du corps et les points de (ω_4) appartenant à (ω), (ω_2)=(ω - ω_4) appartient au corps, si (ω_2) est un domaine; 3° là partie commune à deux domaines (ω_4) et (ω_2) appartenant au corps appartient au corps, si c'est un domaine.
- 2. En conservant les définitions attachées à la notion d'une fonction moyenne additive et à variation bornée, formulées dans mes Notes précédentes (†), nous ajoutons la définition suivante. Convenons de dire que la fonction $u(\omega)$ est continue pour le domaine (ω) , si $(\underline{\omega})$ et $(\overline{\omega})$ étant les domaines inscrits et circonscrits, on a

(1)
$$\lim u(\underline{\omega}) = \lim u(\overline{\omega}) = u(\omega), \quad \text{quand} \quad (\underline{\omega}) \to (\omega), \quad (\underline{\omega}) \to (\omega).$$

La fonction $u(\omega)$, additive et à variation bornée, est continue pour les domaines formant un corps.

⁽¹⁾ N. Gunther, Sur les fonctions universelles de M. A. Korn (Comptes rendus 183, 1926, p. 447); Sur une application des intégrales de Stieltjes au problème de Neumann (Comptes rendus, 189, 1929, p. 447); Sur les intégrales de Stieltjes genéralisées (Atti del Congresso di Bologna, 2, 1928, p. 313).

3. Quand on se borne à la considération des fonctions moyennes, définies dans un corps, on peut, vu les propriétés (2) et (3) du corps, conserver la définition de l'intégrale de Stieltjes, donnée dans mes Notes mentionnées ci-dessus. Les intégrales qui dépendent des fonctions non bornées seront définies, comme le fait M. F. Riesz (!), en posant

(2)
$$\int_{(\Omega)} u(\omega) f(x) d\omega = \lim_{\Omega} \int_{(\Omega)} u(\omega) f_n(x) d\omega, \quad n \to \infty,$$

où $f_n(x) = f(x)$, si $f(x) \le n$, $f_n(x) = n$, si f(x) > n, en supposant que les valeurs de $u(\omega)$ et de f(x) sont positives. La fonction additive et à variation bornée étant égale à la différence de deux pareilles fonctions à valeurs positives, la définition donnée subsiste pour chaque fonction moyenne additive et à variation bornée.

- 4. En déplaçant les points d'un domaine (ω) dans une même direction (L) à la distance δ , désignons par (ω') le domaine (ω) dans sa nouvelle position. Si le rapport $[u(\omega')-u(\omega)]:\delta$ a une limite pour $\delta \to 0$, désignons cette limite par $u'_L(\omega)$ et nommons la dérivée dans la direction (L). Si la dérivée existe pour chaque domaine, elle est une fonction moyenne additive. Si elle est à variation bornée, on peut parler des dérivées secondes et, en outre, du laplacien $\Delta u(\omega)$ de la fonction moyenne $u(\omega)$.
- 5. Nommons surface (C) une surface ayant en chaque point des éléments de courbure continue. Si (σ) est portion d'une surface (C), (σ_i) le lieu géométrique des points à la distance δ de (σ) , v(x) une fonction sommable sur chaque surface (C), $v_i(x)$ sa valeur au point (x_i) de (σ_i) le plus près du point (x) de (σ) , nous posons en cas d'existence de la limite

(3)
$$\varphi(v) = \lim_{\delta} \int_{(\sigma)} (v - v_1) d\sigma, \quad \delta \to 0.$$

Soit $\sigma(v)$ le flux de v à travers (σ) dans la direction de (σ_1) vers (σ) .

6. Envisageons le potentiel newtonien

$$v(x) = \int_{(0)}^{\infty} \frac{u(\tau) d\tau}{r_{10}};$$

dans lequel $u(\tau)$ est une fonction moyenne additive et à variation bornée de domaines (τ) formés par des points (y) appartenant à (D) et τ_0 la dis-

⁽¹⁾ F. Riesz, Sur les fonctions subharmoniques et leur rapport à la théorie du potentiel (Acta mathematica, 54, 1930, p. 327-328).

tance entre les points (v) et (x) de l'espace. Si la fonction $u(\omega)$ est définie seulement dans un corps de domaines. l'expression (4) n'est bien définie que pour les domaines (D) appartenant au corps. En la définissant, quand (D) n'appartient pas au corps, comme la limite des potentiels, calculés pour (D) et pour (D), on obtient des fonctions généralement différentes.

a. La fonction v(x) est à carré sommable pour chaque (ω) . On a

(5)
$$v(\omega) = \frac{1}{\omega} \int_{(\omega)} v(x) d\omega = \int_{(\mathbb{D})} u(\tau) m(y, \omega) d\tau, \quad m(y, \omega) = \frac{1}{\omega} \int_{(\omega)} \frac{d\tau}{r_{10}}$$

b. La fonction c(x) est sommable sur chaque portion (σ) d'une surface ayant en chaque point un plan tangent déterminé. On a

(6)
$$v(\sigma) = \frac{1}{\sigma} \int_{\sigma_1} v(x) d\sigma = \int_{(0)} u(\tau) m(\tau, \sigma) d\tau, \quad m(y, \sigma) = \frac{1}{\sigma} \int_{\sigma} \frac{d\sigma}{r_{s_0}}$$

c. La fonction moyenne $v(\omega)$ a une dérivée dans chaque direction ξ et

$$v_{\xi}(\omega) = \int_{0}^{\infty} u(\tau) \, m_{\xi}(v, \, \omega) \, d\omega, \qquad m_{\xi}'(v, \, \omega) = \frac{1}{\omega} \int_{(\omega)}^{\infty} \frac{\partial \frac{1}{r_{(\omega)}}}{\partial \xi} d\omega.$$

Si la frontière de (ω) est composée des portions des surfaces (C), on a

$$(7') \qquad c\xi(\omega) = \int_{(D)} u(\tau) \left(\frac{1}{\omega} \int_{(\sigma)} \cos(N\xi) \frac{d\sigma}{r_{10}} \right) d\omega = \frac{1}{\omega} \int_{(\sigma)} v \cos(N\xi) d\sigma.$$

d. Si (\omega) est limité par un nombre fini de portions de surfaces (C):

(8)
$$\sigma(v)\sigma = \Delta v(\omega)\omega = -4\pi u(\omega)\omega,$$

quand la fonction $u(\omega)$ est continue pour le domaine (ω) . En choisissant convenablement les domaines $(\underline{\omega})$ tendant vers (ω) , on peut étendre l'égalité (8) sur chaque domaine (ω) pour lequel la fonction $u(\omega)$ est continue, en formant ainsi un corps (A) de domaines répondant à l'égalité (8).

- 7. Si les moyennes des deux fonctions sommables v(x) et w(x) ont pour les domaines d'un corps de domaines appartenant à un certain domaine (Ω) , les mêmes laplaciens ou les mêmes flux, les fonctions v(x) ou w(x) différent dans (Ω) par une fonction harmonique (si l'on néglige un terme, égal à zéro presque partout).
- 8. Si, pour un potentiel donné (4), la formule de Poisson généralisée (8) subsiste pour les domaines d'un corps (A) et si le domaine (R) appartenant

à (A) contient (A) dans son intérieur, le potentiel

(8')
$$w(x) = -\frac{i}{4\pi} \int_{(\mathbf{R})} \frac{\Delta v(\tau) d\tau}{r_{10}}$$

diffère de g(x) presque partout par une fonction harmonique. Si le domaine (D) appartient au corps (A), on peut prendre (D) à la place de (R). Dans ce cas les potentiels (8) et (8') sont identiques.

9. Une fonction v(x) ayant les valeurs positives dans un domaine (Ω) , semi-continu et superharmonique, possède dans un corps de domaines appartenant à (Ω) des flux et est, par conséquent, égale, à un terme additif près, à un potentiel newtonien; ce terme additif est une fonction harmonique. La dernière assertion constitue le résultat principal du Mémoire de M. F. Riesz, mentionné ci-dessus.

CHALEUR. — Sur la variation de dimensions produite par le recuit dans le cuivre écroui. Note de M. A. Schweitzer, présentée par M. G. Charpy.

Au cours d'une étude sur la fabrication des cylindres crushers à canon, nous avons constaté que le cuivre préalablement écroui présentait des variations de dimensions lorsqu'on le soumettait à un recuit. Nous avons cherché à rattacher la grandeur de ces variations aux conditions d'écrouissage et de recuit.

Les crushers utilisés comme éprouvettes (cylindres de 8^{mm} de diamètre et 13^{mm} de hauteur, usinés à ½ de millimètre près) ont été confectionnés en découpant des baguettes de 8^{mm} de diamètre, obtenues par étirage, provenant toutes d'une mème coulée très homogène (¹) et ne différant entre elles que par le degré d'écrouissage.

Celui-ci a été calculé par la formule

$$ecrouissage = \frac{S - s}{s} \times 100,$$

dans laquelle S est la section aprés le dernier recuit, s la section finale après étirage.

Nous avons obtenu les différentes valeurs de l'écrouissage, en faisant varier S.

⁽¹⁾ La proportion de cuivre pur contenu dans les baguettes est 99,963 pour 100.

Après usinale, les crushers out ete somms à un recuit à température comprise entre 3 o et 800, d'une d'une constante 50 minutes permettant dans tous les cas d'atteindre l'état de resuit correspondant à chaque température.

Afin d'éviter l'oxydation, les traitements thermiques ont été effectués dans un four electrique spécial a joint hydraulique, dont le laboratoire était rempli d'azote.

Des expériences préliminaires nons ayant montré que le crusher se déforme en restant semblable à lui-meme, nous avons observé les variations de hauteur, ce qui permet d'obtenir le maximum de sensibilité et de diminuer les erreurs de mesure. En effet la hauteur des cylindres crushers est plus grande et plus facile à déterminer que le diamètre.

Pour augmenter la précision des resultats, nous avons pris pour caractéristique la variation moyenne de Lauteur de 10 crushers recuits ensemble, exprimée en millimètres et rapportee à une hauteur initiale de 13==.

Les hauteurs ont été mesurees avec un comparateur au 1/200 de millimètre. Le tableau suivant résume les résultats obtenus.

Tem	nèrai	MER	de	Tecs	11
T Critical	praei	THE R. P.	CIC	W Col III	Al-Sea

Ecrouissage							
(pour 100).	300.	400.	500.	600.	650:	700.	800.
12.9	-0.005	-0.0045	-0.004	-0.003	-0.0005-	+0,005	+0,0276
26.6	-0,005	-0.0045	-0.00í	-0,0015	÷0.003	+0.007	`o,o31
79	-0.005	-0.0045	-0.004	-0,0013	-0,004	+0.012	-o,o38
125	-0,005	0.0045	-0.004	-0,0007	-0.0065	+0.017	0.047
415	-0.005	-0.0045	-0.004	0	-0,00g5	-0,0245	÷0.0685

On voit que:

1° Pour un même échantillon de cuivre et une durée de recuit constante, la variation de hauteur est négative, nulle ou positive, suivant que la température est inférieure, égale ou supérieure à une certaine limite.

Celle-ci, qui paraît comprise entre timo et phot, est d'autant plus élevée que l'écrouissage est plus petit.

La valeur algébrique de la variation croît avec la température.

2º Toutes autres choses restant égales, la variation de hauteur semble indépendante de l'écrouissage quand la température est inférieure à 550° environ.

Au delà, sa valeur algebrique est d'autant plus grande que le métal est plus écroui.

Au-dessus de 650°, la variation de hauteur est toujours positier.

THERMO-ÉLECTRICITÉ. — Sur quelques propriétés de thermocouples à vide.

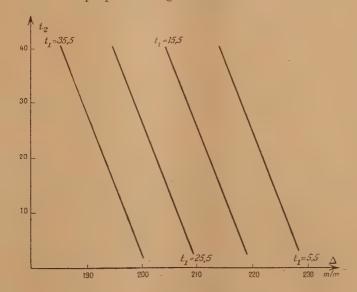
Note (1) de M. J. Jaffray.

J'ai montré (2) que la relation entre la déviation Δ du spot d'un galvanomètre, relié à un thermocouple à vide, et l'intensité du courant traversant la résistance chauffante est

$$\Delta = KI^n$$
,

K et n caractérisant l'ensemble thermocouple-galvanomètre, à une température donnée.

Quand la température extérieure varie, la graduation du thermocouple n'est plus valable : la différence de température entre soudure chaude et soudure froide et les propriétés du galvanomètre sont modifiées.



J'ai étudié l'influence de la température sur un certain nombre de thermocouples. Pour cela j'ai disposé le galvanomètre dans un premier thermostat, le thermocouple dans un autre et j'ai fait varier séparément leurs températures. Les résultats sont les suivants:

⁽¹⁾ Séance du 25 janvier 1932.

⁽²⁾ Comptes rendus, 193, 1931, p. 926.

1° Faisons passer dans la résistance chauffante un courant d'intensité constante. Le galvanomètre étant à la température fixe t_1 , faisons croître (de 0 à 40°) la température t_2 du thermocouple; la déviation Δ décroît suivant une loi très approximativement linéaire. La loi de décroissance de Δ est la même, quand on recommence les mesures pour d'autres valeurs de t_1 (comprises entre 0 et 40°).

La figure indique les variations de Δ pour le thermocouple ancien modèle dont il a été parlé précédemment. (Le courant traversant le thermocouple est de 58,0 milliampères.)

 2° La variation de $\log \Delta$ en fonction de $\log I$, les températures du galvanomètre et du thermocouple étant différentes, est représentée par une droite, parallèle à celle dont il a été parlé dans la Note précédente. Il en résulte que n est quasi indépendant de la température; seul K varie.

On peut donc construire, à partir des résultats de 1°, une table à double entrée donnant K en fonction de t_1 et t_2 et, à l'aide de cette table, calculer facilement I, connaissant Δ , t_1 et t_2 .

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — Mesures d'intensité dans le spectre ultraviolet au moyen de cellules photo-électriques sensibilisées par le salicylate de soude. Note (1) de MM. André Chevallier et Pierre Dubouloz, présentée par M. A. Desgrez.

Nous avons indiqué les conditions d'application des substances fluorescentes aux mesures photo-électriques dans l'ultraviolet. En utilisant la méthode décrite (cellule au potassium sensibilisée par le salicylate de soude, et amplification par triode), il est possible de mesurer dans des conditions de fidélité et de stabilité satisfaisantes, d'une part, l'émission d'une source ultraviolette, et, d'autre part, d'apprécier le pouvoir absorbant d'une substance interposée sur le trajet des radiations.

Dans le premier cas nous avons étudié le tube de Chalonge et Lambrey. En tenant compte de la dispersion du monochromateur employé, nous avons obtenu la courbe ci-contre (fig. 1), qui donne l'intensité de la lumière de fluorescence en fonction de la longueur d'onde de la lumière excitatrice fournie par le tube. Il est très remarquable que cette courbé

⁽¹⁾ Séance du 25 janvier 1932.

s'apparente, d'une manière très proche, à celle que les calculs de Winans et Stueckelberg permettent de prévoir pour la répartition de l'énergie dans le spectre continu de la molécule d'hydrogène, et qu'en outre Chalonge lui-même a observée.

Il semble donc que cette méthode puisse s'appliquer, d'une manière correcte, à la mesure de l'émission dans l'ultraviolet, et qu'il soit possible de

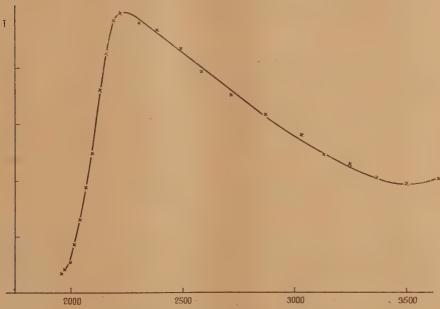


Fig. 1. — Intensité de la lumière de fluorescence en fonction de la longueur d'onde de la lumière excitatrice.

l'utiliser pour comparer l'énergie émise par des sources différentes dans une même région spectrale.

D'autre part nous avons étudié, à titre d'exemple, par la même méthode l'absorption dans l'ultraviolet d'une solution d'acétone, substance dont la courbe nettement caractéristique a été étudiée avec précision par Victor Henri. Le tracé ci-après donne la courbe que nous avons obtenue et qui se rapproche très sensiblement de celle trouvée et calculée par cet auteur (fig. 2).

A ce propos, il faut remarquer que cette méthode, tout au moins dans

les conditions où nous l'avons appliquée (dispersion insuffisante du monochromateur), ne permet pas de préciser la structure de certaines bandes aussi finement que la méthode photographique. Mais d'autre part, elle est

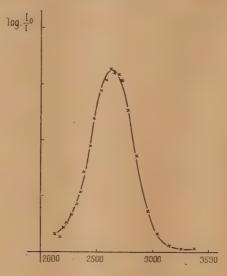


Fig. 2. - Courbe d'absorption.

incontestablement plus rapide et, par une lecture pour ainsi dire directe, permet d'éviter le détour de la plaque photographique et les inconvénients que celle-ci comporte.

ÉLECTROCHIMIE. — Action du champ électrique sur la gélatine. Effet de la présence d'un indicateur. Note de M^{ne} Suzanne Veil, présentée par M. G. Urbain.

La gélatine purifiée du commerce, toujours douée d'acidité: réagit mécaniquement au champ électrique. Étalée liquide et chaude sur une plaque de verre, et soumise au champ lorsqu'elle est déjà prise en gelée, et non encore sèche, elle subit des déformations, dénivellations ou plissements, non seulement aux électrodes mêmes, comme l'a signalé notamment Michaud (¹), mais encore dans l'espace intermédiaire. Dans des conditions

⁽¹⁾ MICHAUD, J. Chim. Phys., 30, 1924, 386.

expérimentales appropriées, on parvient à discerner un certain nombre de régions plus ou moins distinctes.

Dans le cas où une matière colorante, telle que le bleu de méthylène; a été préalablement incorporée à la gélatine, le champ la répartit inégalement entre ces diverses zones, selon une cataphorèse compliquée, antérieurement décrite (1).

Dans le cas où c'est un indicateur qui imprègne la gélatine, les déformations observées s'accompagnent de virages, mettant en évidence l'existence de sauts brusques dans la variation de la concentration en ions hydrogène, entre une électrode et l'autre.

Les expériences ont été pratiquées sous une différence de potentiel de quelques volts, à l'aide d'un montage déjà utilisé, l'une des électrodes étant une feuille métallique, taillée circulairement, appliquée sur la plaque de verre, et l'autre un fil métallique central perpendiculaire : de cette manière, les zones obtenues sont annulaires. C'est à l'électrode-fil que les effets sont les plus marqués. En chaque cas, le sens du champ a été choisi le plus avantageux pour la zone à examiner.

Nous indiquerons les résultats fournis par quelques indicateurs, en spécifiant pour chacun d'entre eux, d'après Clark (2), l'intervalle de concentration en ions hydrogène, correspondant du virage caractéristique.

A proximité de la cathode, la gélatine se gonfle et perd sa transparence. Avec une cathode-fil, en imprégnant la gélatine de phénolphtaléine (pH de 8,3 à 10,0), l'ordème cathodique se colore en rouge; en imprégnant la gélatine de bleu de Nil (sulfate) (pH de 10,2 à 13,0), l'ordème cathodique vire au pourpre.

Hors de l'œdème cathodique, la gélatine conserve constament sa transparence.

La zone qui succède à l'œdème cathodique est à réaction encore faiblement basique. La teinture de tournesol (pH de 4,5 à 8,3) y est bleue, et le bleu de bromothymol (pH de 6,0 à 7,6) n'y vire pas au jaune.

La zone suivante, légèrement acide, ne paraît guère affectée par l'action du champ. Rose lilas au tournesol, elle est jaune pâle au bleu de bromothymol.

La zone contigue, de niveau sensiblement inférieur, et qu'on peut appeler la dépression cathodique, est à réaction très franchement acide. Le rouge

¹¹⁾ Suzanne Veil, Comptes rendus, 193, 1931, p. 768.

⁽²⁾ CLARK. The determination of hydrogen ions, Londres, 1928.

Congo (pH de 3.0 à 5.0) y emprunte son virage bleu, le méthylorange (pH de 3,1 à 4,4) son virage rouge, et le violet de méthyle (pH de 0,15 à 3,2) ses virages successifs, par dégradation, jusqu'au jaune. Parfois, la dépression anodique laisse apercevoir, vers son milieu, un faible indice de déformation.

Enfin, tout contre l'anode, la gélatine semble se relever, tandis qu'éventuellement, avec les trois précédents indicateurs le virage acide cesse de se manifester.

D'après ce qui précède les déformations subies par la gélatine, dans le champ électrique, sont consécutives aux phénomènes physico-chimiques dont le milieu est le siège.

Étant données, par ailleurs, les réactions mécaniques bien connues de la gélatine à la seule concentration en ions hydrogène, en l'absence de tout champ appliqué, les expériences ci-dessus établissent une corrélation entre deux ordres de phénomènes, de prime abord indépendants: résultat susceptible d'intéresser le domaine physiologique, en ce qui concerne, en particulier, les problèmes de la contraction musculaire.

ÉLECTROCHIMIE. — Étude des tensions dans le cuivre électrolytique déposé en présence de gélatine. Note de M. P. Jacquer, présentée par M. G. Urbain.

Nous avons étudié les dépôts électrolytiques de cuivre obtenus en présence de gélatine (1) par la méthode de MM. C. Marie et N. Thon (2), qui permet de mettre en évidence, avec une très grande précision, les tensions existant dans les dépôts métalliques obtenus par électrolyse.

Méthode expérimentale. — Les cathodes sont constituées par des lames de cuivre polies et parfaitement planes (dimensions 65^{mm} × 7^{mm}, 5, épaisseur o^{mm}, 04). Les solutions électrolysées renferment 150^s. SO⁴Cu, 5H²O par litre, elles sont amenées à pH = 0.85 environ par addition de SO⁴H².

La gélatine est ajoutée à l'état de solution à 25,5 par litre pour les fortes concentrations et à 05,100 par litre pour les très faibles concentrations. Dans ce qui suit les concentrations en gélatine sont données en milligrammes par litre de solution.

Résultats expérimentaux. — 1° Les résultats des expériences sont reproductibles si l'on a soin d'opérer dans des conditions rigoureusement identiques.

⁽¹⁾ C. Marie et P. Jacquet. Comptes rendus, 187, 1928, p. 41.

⁽²⁾ C. MARIE et N. TRON, Comptes rendus. 193, 1931, p. 31.

- 2° Comme l'ont montré MM. C. Marie et N. Thon ('), on obtient toujours en solution fortement acide des contractions pour le cuivre pur
- 3° Aux concentrations comprises entre o^{mg}, 5 et 50^{mg}, la gélatine augmente beaucoup la valeur de ces contractions, comme le montre le tableau cidessous.

Les dépôts ont l'aspect du cuivre électrolytique ordinaire.

Les valeurs indiquées pour les contractions correspondent aux déplacements en centièmes de millimètre de l'extrémité de la cathode pendant 1 minute d'électrolyse.

- 4° Entre 50 et 125^{ms} de gélatine, les contractions présentent une série de fluctuations, en même temps que les dépôts passent graduellement de l'aspect ordinaire (mat) à l'aspect brillant.
- 5° Entre 125 et 190^{ms}, les contractions décroissent régulièrement; les dépôts sont très brillants.
- 6º A partir de 190^{mg} et jusqu'à 500^{mg}, les contractions font place à des dilatations de valeurs croissantes; les dépôts sont brillants entre 190 et 250^{mg} et sont mats au delà.

Dans les limites de concentrations ci-dessus, les expériences donnent lieu en outre aux observations suivantes :

- A. Jusqu'à 50^{ms} de gélatine les contractions se manifestent dès le début de l'électrolyse.
- B. A partir de 50^{ms} on observe, au début de la formation du dépôt, des dilatations d'autant plus fortes que la concentration en colloïde est plus grande. Ces dilatations sont d'abord de peu de durée, mais à partir de la concentration de 200^{ms}, elles se poursuivent pendant toute la durée de l'électrolyse (30 minutes).
- C. Pour les concentrations supérieures à 50 mg, on observe en outre, quan d ou coupe le courant, des contractions qui indiquent une évolution continue du dépôt. Ces contractions présentent, entre 56 et 120 mg, des fluctuations analogues à celles observées pendant l'électrolyse dans les mêmes limites de concentration (voir 4°).
- D. Ces contractions croissent à partir de 120 mg, elles passent par un maximum à 250 mg, puis décroissent régulièrement.

⁽¹⁾ Loc. cit.

L'aspect des dépôts change en même temps : brillants jusqu'à 250ms, ils deviennent mats ensuite.

De l'ensemble de ces faits on peut tirer les conclusions suivantes :

- 1° Les changements d'aspect des dépôts électrolytiques de cuivre effectués en présence de quantités variables de gélatine sont liés étroitement aux variations que l'on observe dans les tensions présentées par ces dépôts.
- 2° Ces tensions paraissent être la résultante de 3 tensions de nature différente:
- a. Des contractions correspondant à celles que l'on constate dans l'électrolyse du sulfate de cuivre pur;
- b. Des dilatations qui apparaissent au cours de l'électrolyse à partir de 50^{ms} de gélatine;
- c. Des contractions présentées par ces dépôts immédiatement après l'arrêt de l'électrolyse.
- 3° Le dépôt électrolytique du cuivre est extrêmement sensible à l'action de la gélatine. La quantité minima susceptible d'agir est en effet comprise entre 0,5 et 1^{mg} par litre.

Cette valeur correspond d'autre part au « nombre d'or » de ce colloïde. Des expériences actuellement en cours ont permis en outre de mettre en évidence d'une manière manifeste l'influence du mode de préparation des solutions de gélatine employées et les variations que subissent avec le temps ces solutions.

CHIMIE PHYSIQUE. — Étude du système PO H3. Ca(OH)2. CO2. H2O. Note (1) de M. René Pallu, présentée par M. H. Le Chatelier.

Pour étudier l'action de l'acide carbonique sur les phosphates de chaux, j'ai réalisé différents mélanges de carbonate de chaux solide avec une solution phosphorique normale en P²O⁵/2 (²), j'ai complété le volume à 100^{cm²} dans tous les cas par addition d'eau; puis j'ai fait barboter du gaz carbonique jusqu'à établissement de l'équilibre (environ 2 mois).

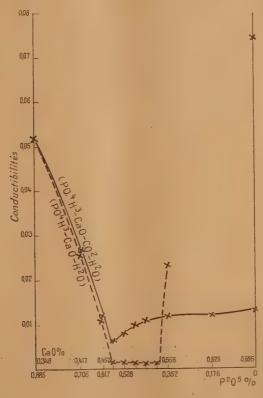
J'ai mesuré la conductibilité des liqueurs à 15° et j'en ai fait l'analyse ainsi que celle du précipité.

^(!) Séance du 25 janvier 1932.

Le système PO⁴ II³, Ba (OII)², CO², II²O a été étudié d'une façon identique et a fait l'objet d'une précédente Note (Comptes rendus, 193, 1931, p. 109);

La courbe des conductibilités reproduite figure ci-après présente un point anguleux très net pour le mélange P²O³ (pour 100 parties d'eau) = 0,587, CaO pour 100 = 0,464 correspondant à la neutralisation des deux premières fonctions de l'acide phosphorique. La présence de phosphate tricalcique ne se manifeste pas.

Par contre en neutralisant de l'acide phosphorique 0,248 normal en Pà O 2 par un



lait de chaux de même titre en l'absence de gaz carbonique, j'ai trouvé deux points anguleux dans la courbe des conductibilités, l'un correspondant au phosphate dicalcique, l'autre correspondant à un point pour lequel le rapport $\frac{P^2O^5}{Ca\,O}$ est compris entre 0,30 et 0,28. Pour ce mélange comme pour les mélanges plus basiques le précipité est franchement colloïdal, je n'ai pu ni filtrer, ni décanter la solution, ce qui apporte quelques imprécisions dans la mesure des conductibilités. Je ne peux donc décider s'il s'agit d'un précipité plus basique que le phosphate tricalcique ainsi que l'ont men-

tionné certains auteurs (1) ou si au contraire, comme d'autres l'indiquent (2) ce serait le phosphate tricalcique qui absorberait de la chaux.

L'analyse de la phase solide en équilibre avec les diverses phases liquides dans le système PO'H³, Ca(OH)², CO², H²O a montré que le précipité est constitué par du phosphate dicalcique pour les mélanges dont la teneur en chaux ne dépasse pas la neutralisation de la deuxième fonction de l'acide phosphorique. Pour des mélanges plus basiques on trouve, outre le phosphate dicalcique, des proportions croissantes de carbonate de chaux. Le phosphate se présente en lamelles minces, il perd son eau de cristallisation incomplètement à 100°, en quelques heures à 190°. Il répond à la formule PO'HCa, 2H²O; c'est le dihydrate décrit par Barillé (³) et Bassett (⁴).

Les résultats des analyses de la phase liquide en équilibre avec les différents précipités sont consignés dans le tableau suivant :

Mélanges,		C+ O	CaO pour 100		P ² O; pour 100		
P ² O ⁵ dans Ca O dans		CaO po					
100 parties	100 parties	avec	sans	avec	sans	CO2	
d'eau.	d'eau.	CO2.	CO2.	€O².	CO2.	pour 100.	
0,885	0,348	0,348	0,333	0,885	, 0,870	0,146	
0,705	0,417	0,168	0,145	0,420	0,371	0,167	
0,617	0,452	0,065	0,052	0,156	0,135	- 0,189	
0.573	0,469	0,025.	0,003	. 0,026	0,004	0,205	
0,528	0,487	, 0,033	traces	0,016	0,001	0,223	
0.485	0,504	0,038	traces	0,014	traces	0,245	
0,440	0,522	0,043	traces	0,011	traces	0,245	
0,352	0,556	0,054.	' (*)	0,005	(*)	. 0,253	
0,176	0,626	0,052	(*)	-	.(*)	0,250	

(*) L'analyse de ces solutions n'a pu être effectuée, le précipité colloïdal ne pouvant être filtré.

Ce tableau nous montre que d'une façon générale la présence de CO² augmente le pourcentage de P²O⁵ solubilisé. Son action est de plus en plus sensible à mesure que l'on s'avance vers les mélanges basiques.

⁽¹⁾ Bassett, Journ. Am. Chem. Soc., 39, 1917. p. 520; Herman, Taktar. Lorah, Journ. Am. Chem. Soc., 31, 1929. p. 1091.

⁽²⁾ JOLIBOIS, MAZE-SENCIER, Comptes rendus, 181, 1925, p. 36.

^{1)} Barilla. Thèse Pharm., Paris, 1900.

⁽¹⁾ BASSETT, Zeit. anorg. Chem., 53, 1907, p. 34.

CHIMIE MINÉRALE. — Action de l'acide cyanhydrique sur les halogénures des métaux trivalents et tétravalents. Note de M. T. KARANTASSIS, présentée par M. G. Urbain.

Une Note récente de Leonor Eric Hinkel et Richard Trevor Dunn (†) sur les combinaisons d'addition du chlorure d'aluminium et de l'acide cyanhydrique nous donne l'occasion d'exposer ici les résultats que nous avons obtenus en 1926.

Action de l'acide cyanhydrique sur le tétrachlorure de titane. — Une prise de 38,6995 de Cl'Ti est placée dans un tuhe en U, dont les deux branches latérales sont remplies de Cl'Ca anhydre. On y introduit, en refroidissant à l'aide d'un mélange de glace et de sel, un excès d'acide cyanhydrique; il se forme immédiatement une masse jaune. L'excès d'acide cyanhydrique est chassé en plongeant d'abord le tube dans de l'eau distillée à 30°, ensuite en chauffant jusqu'à 60-70°. Le produit de la réaction se sublime en donnant des cristaux jaunes.

On a obtenu 45,8095 de produit, ce qui correspond à la formule

Cl⁵Ti. 2 CNH.

Les mêmes résultats ont été obtenus en faisant agir 2^{mol} d'acide cyanhy-drique sur 1^{mol} de tétrachlorure de titane.

Le tétrachlorure stannique a donné avec l'acide cyanhydrique un précipité blanc très volatil qui n'a pu être analysé. Il semble qu'un produit analogue a été obtenu par L. Klein (2).

On a essayé avec d'autres halogénures tels que les I^aSn, I^aSn, Br^aSn, Cl^aSb, Cl^aAs et Cl^aCr sans résultat.

Action de l'acide cyanhydrique sur le chlorure d'aluminium. — Une prise de 18,6124 de Cl³ Al anhydre est placée dans un ballon; on y ajoute un excès d'acide cyanhydrique : une réaction vive se produit pendant l'addition de l'acide. Le ballon est refroidi par un mélange de glace et sel. Pour chasser l'excès d'acide on chauffe à 30° et l'on enlève les dernières traces par le vide. On obtient une masse l'égèrement jaunâtre.

Le produit obtenu pèse 15,8834 ce qui correspond à 4a formule Cl³Al 2 CNH.

En chauffant le produit à une température comprise entre 60° et 80° C., la masse se liquéfie et commence à brunir sans se volatiliser. Si l'on continue à chauffer pendant un quart d'heure à 100° C. le produit perd 0,977 pour 100 de son poids initial.

Au bout de 3 heures la masse brunit de plus en plus et la perte atteint 1,22 pour 100. Le résidu est une masse gélatineuse brune.

⁽¹⁾ J. Chem. Soc., 1931, p. 3343.

⁽²⁾ Lieb. Annalen, 74, 1850, p. 85.

CHIMIE ORGANIQUE. — Transformation des cétones en carbures d'hydrogène liquides. Note de MM. A. MAILHE et RENAUDIE, présentée par M. C. Matignon.

On sait que sous l'action du nickel divisé, vers 300°, le groupe CO des cétones tend à se séparer pour libérer les résidus forméniques auxquels il est uni. Le charbonnement du nickel est intense par suite de la décomposition trop active des résidus libérés (4).

L'un de nous a montré que le cuivre électrolytique provoque une scission identique à 600-650° et que les résidus séparés du carbonyle se changent en carbures forméniques ou éthyléniques, ou se scindent en résidus plus simples, sans qu'il y ait formation sensible de charhon (2).

Ipatiew, Petroff et Ivanoff ont publié sur la condensation de l'acétone ordinaire entre 300 et 500°, sous pression de 200° une série de travaux où ils ont montré qu'en présence d'alumine ou de chlorure de zinc, on obtient surtout du mésitylène à côté d'autres hydrocarbures (°) de nature éthylénique.

Nous avons essayé d'effectuer la décomposition des cétones à la pression ordinaire, à une température de 700-750°; en présence de silicagel. Ce catalyseur n'agit pas brutalement sur les résidus forméniques et ne les détruit pas en charbon et hydrogène à la manière du nickel. Par contre, il provoque la condensation de ces résidus en hydrocarbures liquides.

Le mode opératoire et l'appareil sont ceux que nous avons employés pour transformer les amylènes en carburants liquides (*). Par catalyse des différentes cétones, nous avons obtenu des produits liquides ayant une légère acidité. Ils ont été neutralisés ayant rectification.

1° La décomposition de l'acétone ordinaire à 720-750° a fourni : a. une essence de D₁₈=0,895, qui débute à la distillation à 60°; b. une huile lourde de couleur brune de densité voisine de l'unité; c. des gaz.

La rectification de l'essence a fourni les fractions suivantes : /

⁽¹⁾ Sabatier et Senderens, Ann. Chim. Phys., 8e série, 4. 1905. p. 474.

⁽²⁾ A. MAILHE, Bull. Soc. chim., 4e série, 31, 1922, p. 863.

⁽³⁾ J. Soc. Chim. russe, 38, 1926, p. 1028.

⁽⁴⁾ Comptes rendus, 192, 1930, p. 561,

Température.	Volume (en cm ³).	D ₁₆ .	$n_{\tilde{\mathbf{D}}}^{2}^{2}.$	Indice d'iode.
< 80°	. 4.	, -0.8830	1,4908	. ;
80- 85	. 53	0,8827.	1,4927	1,81.
85- 90	. 37	0,8835	1,4950	II
90-100	. 2f	0,8827	1,4968	20
100-110	· 15 🖺	0.8798	1,4995	'25
110-120	. 5	0,8823	1,5028	, 40
120-130	, 5	0,8845	. г,5о65	- 50
130-140	. 6	, .e,8964 ·	τ,5163	` >>
140-150	. 13	0,9129	1,5348	. »

Il reste 16 cm² distillant au-dessus de 160°.

Les densités et les indices de réfraction montrent que l'on a affaire surtout à des hydrocarbures aromatiques. La fraction 80-85° se change presque entièrement en nitrobenzine par nitration et dans la portion 100-110°, on trouve le toluène.

Les indices d'iode des premières portions sont peu élevés; ils indiquent qu'elles renferment peu de carbures éthyléniques; on les trouve en plus grande quantité dans la suite.

Enfin la naphtaline commence à distiller vers 170° et le liquide total en renferme 3^s, 5.

L'huile brune est formée, jusqu'à 175°, de 36°m' d'essence identique à la précédente; puis de 175° à 230°, de naphtaline, d'huiles moyennes entre 230° et 300° et d'huiles lourdes de 300° à 360°, qui se prennent en masse par refroidissement; on en isole l'anthracène.

Les gaz formés durant la décomposition de l'acétone renferment surtout du CO (33 pour 100), C'H²ⁿ (9 pour 100) et CH³ (40 pour 100), avec peu d'hydrogène (5 pour 100). C'est la formation d'oxyde de carbone qui est prépondérante ainsi que celle du méthane. Les carbures éthyléniques sont constitués par du propylène et de l'éthylène. La forte proportion de gaz formés pendant la réaction ne permet pas d'atteindre un pourcentage élevé en produits liquides.

2º La propione (CH³CH²)²CO, qui bout à 102°, fournit plus aisément, sur silicagel à 720°, une réaction de même nature que l'acétone ordinaire.

L'essence obtenue est formée surtout de benzine et de toluène, avec une petite quantité de carbures éthyléniques. Elle donne par fractionnement :

Tempér.	Vol. en cm ³ .	D ₂₅	n_{D}^{25}	Indice d'iode.
Avant . 750,	3	0.,7862	1,4508	
75- 85° 2	· 11	0,8547	1,4764	
85 - 950		0,8571	1,4688	. 59
95-1200	5	0,8584	1,4506	67

L'huile brune commence à distiller à 83°; elle renferme de l'essence analogue à la précédente, de la naphtaline, des huiles moyennes, des huiles lourdes contenant de l'anthracène, et il reste un brai gras.

Dans les gaz, on trouve toujours 30 pour 100 de CO, 19 pour 100 de CH⁴ et une dose importante (32 pour 100) d'éthylène, Le rendement en essence et en huile atteint à peine 7 à 8 pour 100.

3° La butyrone (CH³CH²CH²)²CO qui bout à 144° fournit à 720-730°, une quantité abondante de gaz formés de 20 pour 100 CO, 23 pour 100 CH° et 35 pour 100 de propylèue. L'essence a une densité $D_{16} = 0,810$; elle débute à la distillation à 53° et fournit avant 100° 67 pour 100 de produits légers et 33 pour 100 entre 100° et 180°. Ils sont constitués par un mélange de carbures aromatiques et éthyléniques. C'est la benzine qui est le produit dominant. En bien moins grande quantité, on trouve le toluène et le métaxylène.

L'huile condensée à la sortie du tube à catalyse est formée presque entièrement par de l'essence et une petite quantité d'huile moyenne qui laisse séparer de la naphtaline.

Ces résultats montreut qu'il est possible de décomposer catalytiquement les cétones à la pression ordinaire et d'obtenir des carbures liquides de nature aromatique et éthylénique, ainsi qu'une faible proportion de carbures polycycliques.

CHIMIE ORGANIQUE. — Préparation de nouveaux dérivés du β-naphtol. Note de MM. A. Wahl et R. Lantz, présentée par M. C. Matignon.

En 1922, nous avons décrit une nouvelle série de dérivés du β-naphtol, les 'arylamino-1-oxy-2-naphtalènes, qui s'obtiennent aisément, en faisant agir les amines primaires de l'α-chloro ou l'α-bromo-β-naphtol('). L'étude de cette réaction nous a montré qu'elle s'applique également aux diamines et à leurs dérivés, pourvu que ces diamines renferment un groupe aminé primaire libre.

⁽¹⁾ Comptes rendus, 175, 1922, p. 171.

Le mode opératoire consiste, en général, à chauffer l'halogénonaphtol avec un excès de la diamine, en présence ou non d'un dissolvant, à des températures comprises entre 100 et 140° et pendant une durée variable suivant la diamine mise en réaction. La masse prend une coloration intense et la marche de la transformation peut être suivie par la mise en liberté d'acide halogéné; quand la réaction est terminée, le produit est entièrement soluble dans l'acide chlorhydrique étendu. La masse est versée dans l'eau froide qu'on additionne d'acide jusqu'à réaction acide au papier Congo et dans le liquide filtré, coloré, on précipite les nouveaux produits par addition d'acétate ou de carbonate de sodium. La purification en est souvent pénible, et l'élimination de la matière colorante formée demande des lavages avec l'alcool ou la benzine, parfois même, il convient de passer par l'intermédiaire du chlorhydrate d'où l'on régénère ensuite la base. Ces bases, après recristallisation, se présentent sous forme de cristaux blancs ou faiblement teintés, plus ou moins solubles dans les solvants organiques en leur communiquant une fluorescence bleue.

Amino-3'-phénylamino-1-oxy-2-naphtalène. — S'obtient en faisant réagir la méta-phénylène-diamine sur 1'-chloronaphtol suivant la réaction

$$\frac{\text{NH}^2}{\text{OH}} + \text{NH}^2 = \text{RCI} + \frac{\text{NH}}{\text{OH}}$$

On chauffe au bain d'huile, 30^s de méta-phénylène-diamine fraîchement distillée et 10 à 15^s de xylène puis on ajoute, en agitant, 10^s d'a-chloro-β-naphtol, on amène la température intérieure à 140° et on la maintient pendant 5 heures; on verse dans 300^{cm^s} d'eau qu'on additionne de HCl jusqu'à réaction acide. Au liquide filtré on ajoute une solution d'acétate de soude, qui précipite la base en flocons gris qui sont essorés, séchés et recristallisés dans le xylène bouillant; un lavage à l'alcool froid les rend blancs.

L'amino-3'-phényl-1-oxy-2-naphtalène forme des cristaux F, 161° insolubles dans l'eau, solubles dans les acides minéraux et la soude caustique. L'analyse a donné N pour 100: 11,6; calculé pour C'6H'4N2O: N pour 100: 11,2.

En remplaçant le choronaphtol par le bromonaphtol, la réaction est plus rapide, il suffit de chauffer pendant 1h,20 à 95°, mais le produit est un peu plus difficile à purifier. La m-toluy lène-diamine donne dans ces mêmes con-

ditions l'amino-3'-toluylamino-1-oxy-2-naphtalène qui cristallise dans le xylène en lamelles grisâtres F. 188° (trouvé N pour 100: 11,04; calculé C¹⁷H¹⁶N²O; N pour 100: 10,6). L'addition de HCl concentré à une solution méthylalcoolique refroidie de la base provoque la formation de chlorhydrate cristallisé dont l'analyse indique la formule C¹⁷H¹⁶N²O 2 HCl; trouvé HCl pour 100: 21,48; calculé 21,6.

Diméthylamino-3'-phénylamino-1-oxy-2-naphtalène;

Se prépare en chauffant pendant 2 heures à 120° un mélange de bromonaphtol avec un excès de diméthylmétaphénylène-diamine; la masse bleu foncé est traitée comme ci-dessus et le produit purifié par cristallisation dans la benzine puis dans l'alcool méthylique. La base cristallise en longues aiguilles blanches teintées de gris bleuâtre F. 154°.

Amino-4'-phénylamino-1-0xy-2-naphtalène:

On l'obtient en ajoutant lentement une partie de bromo-β-naphtol à 3 parties de paraphénylène-diamine mélangée de la moitié de son poids de xylène à la température de 135°. L'addition de bromonaphtol provoque une élévation de la température jusque vers 143-145°, en même temps qu'une forte coloration. Après un quart d'heure la réaction est terminée et tout est soluble dans HCl dilué. La solution chlorhydrique peu acide est additionnée d'acétate de sodium ce qui élimine en partie la matière colorante et la solution filtrée est neutralisée par Na²CO³. Le précipité coloré est trituré avec de l'éther qui dissout une matière brune; le résidu gris est séché et cristallisé dans le xylène bouillant. L'amino-4'-phénylamino-1-Oxy-2-naphtalène forme de petites aiguilles prismatiques F. 185-186° (trouvé N pour 100 = 11,2), calculé pour C¹⁰H¹⁴ON² N pour 100 = 11,2). Le dérivé acétylé se forme quand on fait réagir l'acétyl-p-phénylène-diamine sur l'α-bromo-β-naphtol à 140-150°; l'acétylamino-4'-phénylamino-1-oxy-2-naphtalène cristallise en aiguilles blanches dans l'alcool étendu, qui fondent à 215-216°.

La réaction des diamines sur les dérivés halogénés du 3-naphtol est toujours accompagnée de la formation de matières colorantes en notable proportion, c'est pourquoi le rendement est moins élevé que dans le cas des monamines primaires. La facile altérabilité des aminophénylamino-1-oxy2-naphtalènes nous avait fait espérer qu'ils pourraient recevoir une application comme colorants d'oxydation pour la teinture des fourrures. Les essais entrepris dans ce sens n'ont fourni que des teintes peu intenses et sans intérêt pratique. Ce résultat est d'autant plus inattendu que des composés isomères comme le 4'-aminophénylamino-2-oxy-6-naphtalène, le 4'-aminophénylamino-1-oxy-5-naphtalène et le 4'-aminophénylamino-2-oxy-7-naphtalène ont été revendiqués pour la teinture des fourrures dans les brevets français 644190 et 644349 de l'1. G. Farbenindustrie.

CHIMIE ORGANIQUE. — Sur l'acide β-homocamphorique. Nouveau mode de formation du β-camphre. Note de M. F. Salmon-Legagneur, présentée par M. M. Delépine.

J'ai indiqué (†) un mode de préparation d'un homologue en β de l'acide camphorique : l'acide α-carboxycamphoceane-β-propionique (I), obtenu par réduction de l'acide α-carboxycamphoceane-β-acrylique, (ce dernier étant lui-même préparé par condensation en présence de zinc de l'éther β-aldéhyde-camphorique avec l'éther bromacetique) (²). La présente Note a pour objet de montrer comment on peut passer de l'acide α-carboxycamphoceane-β-propionique à son homologue inférieur l'acide β-homocamphorique (non signalé jusqu'à présent) (II). Le sel de plomb du premier acide (I), calciné, conduit comme je l'ai montré au β-homocamphre (III), je pensais qu'il suffirait d'oxyder directement cette dernière cétone par l'acide nitrique pour obtenir l'acide cherché.

$$\begin{array}{c} C^8 H^{14} \stackrel{CO^2 H}{\longleftarrow} CO^2 H \stackrel{CO}{\longleftarrow} C^8 H^{14} \stackrel{CO}{\longleftarrow} CH^2 \stackrel{CO^2 H}{\longleftarrow} CH^2 \stackrel{CO^2 H}{\longleftarrow} CH^2 \stackrel{CO^2 H}{\longleftarrow} (B) \\ (1) & (11) \end{array}$$

(1) F. Salmon-Legagneur, Comptes rendus, 192, 1931, p. 748.

$$C^{8}H^{14} = \frac{CO}{CH^{2}CO^{2}C^{2}H^{2}}, \qquad F. 52-53^{0}; \qquad |z|_{0}^{227} = -92^{0}, 2 \text{ dans CH}^{2}OH.$$

dont la composition centésimale est très voisine. Ce dernier saponifié par la potasse conduit bien à l'acide α -carboxycamphoceane- β -acrylique; saponifié au contraire par l'acide sulfurique à 20 pour 100 il donne l'ācide β -campholide-acétique correspondant : F. 213°; [α] $_0^{38} = -63^\circ$, 38 dans CH³OH.

⁽²⁾ En réalité le produit de cette dernière réaction est non l'éther de l'acide α-carboxycamphoceane-β-acrylique, comme on le supposait primitivement, mais l'éther β-campholide-acétique:

En fait l'acide β-homocamphorique se forme bien dans ces conditions, mais en quantité très faible : le produit principal de la réaction étant un composé, fondant vers 80-82°, constitué en majeure partie par le dérivé dinitré du β-homocamphre.

Aussi ai-je préféré obtenir l'acide β -homocamphorique de la façon suivante : le β -homocamphre, par action de l'amidure de sodium et du nitrite d'amyle, a été transformé, en son dérivé isonitrosé :

$$C^{\alpha}H^{\alpha} < \begin{array}{c} CO \\ CH^{2} \end{array} > C = NOH, \qquad F. \ 174\text{-}175^{\circ}; \qquad [\,\alpha\,]_{D}^{22^{\circ}} + 175^{\circ}, 6 \ dans \ CH^{\alpha}OH.$$

L'isonitroso- β -homocamphre ainsi obtenu a été traité par le chlorure de thionyle puis par l'eau. Dans une publication antérieure (') j'ai montré que dans ces conditions l'isonitrosocamphre ordinaire donne l' α -mononitrile de l'acide camphorique (le produit intermédiaire étant le chlorure de l'acide nitrile final); de même dans le cas présent l'isonitroso- β -homocamphre se transforme en β -mononitrile de l'acide β -homocamphorique (IV) [F. 154-156°; [α] $_{0}^{20^{\circ}}$ + 40°, 15 (dans l'alcool méthylique)]:

Il est nécessaire, pour obtenir des résultats satisfaisants dans la réaction ci-dessus, d'opérer en présence d'un large excès de chlorure de thionyle sinon l'isonitrosohomocamphre non encore attaqué, réagissant sur le produit chloré intermédiaire, donne des produits de condensation qui diminuent sensiblement le rendement de l'opération. Puis le β -mononitrile de l'acide β -homocamphorique a été successivement saponifié par l'acide sulfurique à 85 pour 100 et la potasse pour conduire en premier lieu à l'acide β -homocamphoramique : $C^8H^{14}(CO^2H).CH^2CONH^2(F. 256^\circ)$, et finalement à l'acide β -homocamphorique (H) : Fus. 220°-222°; [α] $_{\rm p}^{18} = +27^\circ$, 20 dans C^2H^5OH (petits cristaux prismatiques solubles dans l'eau bouillante et l'alcool chaud).

Il restait alors à vérifier que la calcination du sel de plomb de l'acidé ainsi obtenu conduisait bien au \(\beta\)-camphre (V) ou « épicamphre » de

⁽¹⁾ F. Salmon-Legagneur, Annales de Chimie, 10e série. 7, 1927, p. 398.

MM. Lankshear, Perkins et Bredt ('), préparé par des méthodes tout à fait différentes; c'est bien ce que l'on observe:

$$C^8H^{14}$$
 CO^2H
 $CH^2 \cdot CO^2H$
 CO
 CH^2
 (V) .

Le rendement de la calcination ne dépasse pas il est vrai 30 pour 100, mais le camphre que l'on obtient fond bien à 182°, point indiqué par les précédents auteurs; il est effectivement gauche dans le benzène $[\alpha]_0^{90} = -57^{\circ}, 5$ (Bredt et Perkins donnent pour leur produit $[\alpha]_0^{90} = -58^{\circ}, 2$), le β homocamphre de départ étant au contraire fortement dextrogyre. De plus l'oxime et la semi-carbazone préparées à partir du camphre de calcination fondent bien comme l'indiquent Bredt, Perkins et Bredt-Savelsberg, l'oxime à 103° (²) et la semi-carbazone à 230° (tube capillaire) (²). L'identité du camphre ainsi préparé avec l'épicamphre déjà connu ne fait donc pas de doute.

En résumé, la préparation de l'acide β -homocamphorique se fait aisément à partir du β -homocamphre par l'intermédiaire successif de l'isonitroso-homocamphre et des acides β -nitrile- β -homocamphorique et β -homocamphoramique. Il est de plus possible de passer de l'acide β -homocamphorique au β -camphre.

CHIMIE ORGANIQUE. — Sur les ricinoléates droits d'a-phényléthylamine et d'éphédrine gauches. Note de MM. Émile André et Charles Vernier, présentée par M. M. Delépine.

Nous avons indiqué un procédé de préparation de l'α-phényléthylamine racémique que nous avons réussi à dédoubler assez facilement en ses constituants droit et gauche (3).

Nous avions en vue, en effectuant cette préparation, l'étude d'un certain nombre de sels provenant de la combinaison de l'acide ricinoléique avec diverses bases organiques optiquement actives.

⁽¹⁾ LANKSHEAR et PERKINS, Proc. Chem. Soc., 27, 1911, p. 167; Bredt, Chem. Zeit., 35, 1911, p. 715; Bredt et Perkins, Journ. Chem. Soc., 103, 1913, p. 2182.

⁽²⁾ Bredt et Bredt-Savelsberg, Ber. d. d. chem, Ges., 62, 1929, p. 2216.

⁽³⁾ E. Andre et Ch. Vernier, Comptes rendus, 193, 1931, p. 1192.

Nous avons fait connaître (') les raisons qui nous portaient à croirc que cet acide est constitué par un mélange d'isomères, d'activité optique différente, et nous avons émis l'hypothèse qu'il pouvait s'agir du cas le plus simple, c'est-à-dire d'un mélange d'acide ricinoléique racémique et d'acide droit.

Les données que l'on trouve dans les publications antérieures sur le pouvoir rotatoire de l'acide ricinoléique sont assez contradictoires. Walden, pour ne citer que cet auteur, indique (°) pour la solution acétonique d'acide ricinoléique des pouvoirs rotatoires spécifiques variant de + 6°15 à + 7°30. Nous avons préparé nous-mêmes des échantillons d'acide ricinoléique présentant des caractères de pureté chimique satisfaisants (indice de saturation et indice d'iode) et dont la déviation droite au tube de 10° variait de + 6°30' à + 7°28'.

Ricinoléate droit d'a-phényléthylamine gauche. — Nous avons saturé, au sein de l'êther, de l'acide ricinoléique présentant une déviation droite $\mathfrak{p}_{\mathfrak{p}}^{2^3}$ de $+6^{\circ}30'$ par l'a-phényléthylamine gauche ($\mathfrak{p}_{\mathfrak{p}}^{18}=-38^{\circ}$). Après évaporation de l'éther, nous avons obtenu une substance sirupeuse que nous sommes parvenus, après de nombreux essais infructueux, à faire cristalliser partiellement. Nous avons essoré les cristaux sur plaque poreuse. Le sel obtenu fondait à 39° , $5-40^{\circ}$. Son pouvoir rotatoire spécifique en solution dans l'alcool méthylique à la concentration de 10 pour 100, et à la température de 15°, était $[\mathfrak{a}]_{\mathfrak{p}}^{13}=+2^{\circ}30'$. En le décomposant par l'acide chlorhydrique dilué, nous en avons retiré un acide ricinoléique qui, examiné au polarimètre, a donné une déviation : $\mathfrak{p}_{\mathfrak{p}}^{23}=+7^{\circ}28'$.

Ricinoléate droit d'éphédrine gauche. — La préparation de ce sel a été opérée de la même façon à partir d'un acide ricinoléique dont la déviation polarimètrique au tube de 10^{cm} était : $\mathfrak{p}_{p}^{23} = + 7^{\circ}8'$.

Nous avons obtenu un sel cristallisé qui a pu être purifié par plusieurs cristallisations dans l'éther. Son point de fusion était de 54°, 2, et son pouvoir rotatoire spécifique en solution dans l'alcool méthylique (concentration $\frac{1}{5}$) était $\left[\alpha\right]_p^{2^n} = -15^{\circ}45^{\circ}$. Ces deux constantes physiques n'ont pas été modifiées par de nouvelles cristallisations. L'acide ricinoléique retiré de ce sel a donné au polarimètre une déviation $\varphi_p^{2^n} = -7^{\circ}28^{\circ}$. La densité de cet acide à 23° était 0.9443, ce qui fournit un pouvoir rotatoire spécifique : $\left[\alpha\right]_p^2 = +7^{\circ}54^{\circ}$. Le produit retiré de la solution mère était également cris-

⁽¹⁾ E. André et Ch. Vernier, Comptes rendus, 193, 1931, p. 178.

⁽²⁾ P. WALDEN. Ber. d. d. chem. Ges., 27, 1894. p. 3471.

tallisé et fondait mal vers 41°. Son pouvoir rotatoire, en solution dans l'alcool méthylique (concentration $\frac{1}{5}$) était: $[\alpha]_{p}^{20} = -14^{\circ}20'$. L'acide ricinoléique régénéré de ce sel a donné une déviation polarimétrique au tube de 10°m: $\rho_{p}^{23} = +6^{\circ}12'$.

En résumé, nous avons préparé sous forme cristallisée les ricinoléates droits d'a-phényléthylamine et d'éphédrine gauches à partir de deux échantillons d'acide ricinoléique de pureté chimique paraissant satisfaisante, mais de pouvoirs rotatoires différents. L'un et l'autre nous ont fourni un sel de base optiquement active dont l'acide ricinoléique régénéré possédait un pouvoir rotatoire spécifique $[\alpha]_{\rm p}^{23} = +7^{\circ},54'$, et par suite nous considérons cette valeur comme le pouvoir rotatoire spécifique de l'acide d-ricinoléique pur. Nous sommes en droit de conclure en outre que l'acide ricinoléique de l'huile de ricin n'est pas une espèce chimique pure, mais qu'il contient un acide isomère dont la présence explique les variations de ses propriétés optiques : sa nature exacte (inverse optique ou isomère de position) reste à déterminer.

GÉOLOGIE. — Les grès siluriens et les roches intrusives alcalines des formations anciennes du Tibesti. Note de M. Dalloni.

Sur la surface arasée des formations cristallines et schisteuses, extrêmement plissées, du Tibesti s'élève, dans la majeure partie du massif, une longue série de terrains gréseux dont l'aspect répond à l'un des traits les plus saisissants de la physionomie du pays: la sauvage grandeur des paysages sculptés par l'érosion quaternaire dans ces couches puissantes, mais relativement tendres, souvent friables, qui constituent des plateaux d'architecture tabulaire, tombant à pic sur des gorges profondes, a vivement frappé tous les explorateurs.

Il ne paraît pas douteux que ces grès, qui entourent le massif ancien d'une enceinte continue, l'ont jadis entièrement recouvert; c'est sur la bordure nord que cette couverture est le plus sérieusement entamée, car elle n'y est plus guère représentée, par places, que par des témoins isolés, aux silhouettes parfois étranges, sur la plénéplaine granitique et schisteuse. Les grès montent très haut dans la zone centrale du Tibesti, mais ils s'abaissent doucement vers les immenses dépressions qui le limitent et leur inclinaison est si faible qu'on a pu les considérer comme rigoureusement horizontaux; c'est une illusion, car il est aisé de se rendre compte qu'on chemine très

longtemps, malgré la différence de niveau, sur les mêmes strates: d'autre part, les brusques accidents qui les affectent, au cœur du massif, font apparaître le substratum cristallin, visiblement surélevé sous le manteau gréseux, qui a dû se gondoler et se fracturer pour en épouser la surface,

C'est donc par erreur qu'on a attribué à ces assises, supposées horizontales. une épaisseur extraordinaire; celle-ci n'atteint pas certainement 500^m et loin de comprendre, comme on pouvait le penser, toute la série primaire, l'ensemble ne paraît correspondre, dans tout le Tibesti, qu'au seul terrain silurien. On peut y établir cependant trois subdivisions:

I. Il débute à peu près constamment par un horizon plus ou moins épais (10 à 30^m), de poudingue à cailloux de quartz; les éléments de ce conglomérat, toujours bien roulés, sont empruntés aux nombreux filons qui criblent le substratum, ils sont en moyenne de la grosseur du poing et, quand le ciment qui les réunit s'est effrité, ce qui n'est pas rare, ces galets quartzeux sont épars au pied des hautes falaises gréseuses. Fréquemment, les lits de poudingue alternent avec des marnes schisteuses et des grès versicolores, passant à des arkoses.

Les grès qui viennent ensuite, parfois rubanés (Ouri, Mossei, etc.), se débitent en larges dalles sonores. Le ciment peut être très ferrugineux à la base, mais les couches suivantes, sur une centaine de mètres, sont d'ordinaire très grossières, siliceuses, blanchâtres ou rosées, chargées de gravier; ces grès à dragées présentent une typique « stratification entre-croisée ».

II. L'horizon moyen, bien que moins puissant, offre, à divers égards, plus d'importance; il comprend surtout des psammites. Ces grès argileux, bien lités, se divisent en minces plaquettes, dont la surface est couverte de paillettes de muscovite et leur coloration variée (rougeâtre, violacée, jaune ou verdâtre) accentue leur analogie singulière avec les roches qui caractérisent le « vieux Grès rouge » ou le Permien. Facilement déblayés par l'érosion, ils affleurent sur d'immenses surfaces, constituant des entablements en gradins qui limitent les grandes vallées; c'est là qu'ils présentent souvent de nombreuses empreintes mécaniques (ripple marks, etc.) et des traces d'organismes fort divers et remarquablement conservés.

Celles qui se montrent d'abord appartiennent à plusieurs espèces du genre Spirophyton qui, dans l'enneri Magan, couvrent des bancs entiers. Au-dessus, vient un niveau remarquablement constant dans tout le Borkou, depuis Faya et le Tibesti, où Harlania Halli Göpp. (Arthrophycus Harlani Hall) est extrêmement abondant. Dans les mêmes gisements, on trouve diverses formes de Cruziana (Bilobites), de Vexillum et parmi d'autres empreintes très problématiques, certaines qui sont tout à fait comparables à celles que M. Fritel a décrites du Ouadaï sous le nom de Glossofungites (1).

⁽¹⁾ Cet auteur et M. Denaeyer ont classé dans le Dévonien, sans preuves suffisantes à mon avis, les couches à Glossofungites et Spirophyton du Oudaï; par contre je ne m'explique pas les réserves faites sur l'âge silurien des assises à Harlania de la même région.

III. La partie supérieure de la série gréseuse peut avoir 150 à 200^m; elle comprend des couches plus épaisses et massives que les précédentes, formées de roches dures, à grain siliceux, souvent très fin et cimenté par la limonite. Des lits de gravier ou des conglomérats s'y intercalent encore. Les bancs, coupés par de longues diaclases, paraissent verticaux et à la base des escarpements curieusement dentelés et guillochés, les fissures s'élargissent pour donner de véritables grottes. La patine habituelle est rousse; elle peut devenir très foncée, presque noire et vernissée. Les empreintes d'Harlania sont assez communes à ce niveau, mais en médiocre état de conservation.

Au pied du Koussi, dans la vallée d'Olochi, les grès inférieurs sont fortement plissés et il en est de même en quelques points de la bordure nord du massif; mais, en général, à peu de distance du contact avec les schistes sous-jacents, ils sont très faiblement inclinés, au point de paraître horizontaux et les divers termes de la série sont en parfaite concordance. Par tous ses caractères, la formation présente le facies d'un dépôt de plages, comme on l'admet pour le « grès à Bilobites » du Portugal, le « grès armoricain », le « grès de Medina » des États-Unis, tous terrains dont l'âge est aussi très voisin de celui qui nous occupe. Elle ne diffère en rien des grès qui constituent les plateaux de l'Ennedi et de ceux qui, par les collines d'Afafi et les monts Tummo, rejoignent l'« enceinte tassilienne » de l'Ahaggar. Longtemps considérés comme dévoniens, ces derniers ont été récemment placés dans le Silurien et M. C. Kilian admet qu'on peut les classer en deux masses, séparées par des couches à Graptolites de l'Ordovicien supérieur et de la base du Gothlandien, passant latéralement elles-mêmes à des grès à Harlania. On peut généraliser ces données, dont on déduit l'âge du principal niveau fossilifère du Tibesti et celui de la série gréseuse tout entière.

Roches intrusives. — Enfin il convient de noter l'existence, au Tibesti, de roches intrusives inconnues dans les terrains anciens des régions voisines. Le substratum schisteux et cristallin est traversé, non seulement par celles qui forment le cortège habituel des granites et des diorites, mais encore par des dykes d'une série lithologique alcaline remarquable (syénite néphélinique, nordmarkite, monzonite au nord du Kegueur Tedi; berondrite, mafraïte et luscladite eutre cette montagne et le Kredaon; camptonite et monchiquite à l'est de Guezenti).

Dans la partie orientale du massif, les grès siluriens sont souvent euxmêmes affectés de cassures marquées par des saillies de roches dures, quartziteuses, ou remplies par des dykes à rapporter à la série alcaline précédente [phonolite (Kredaon, Kemet), tinguaïte porphyrique (Ouri), sölvsbergite (Guezenti)].

L'analyse chimique de toutes ces roches et leur étude minéralogique,

entreprise par M. A. Lacroix, permettront de préciser leur composition et, s'il y a lieu, leurs relations magmatiques avec les séries volcaniques représentées dans le massif.

GÉOLOGIE. — Sur les lambeaux de recouvrement hercyniens du Vivarais. Note de M. André Demay, présentée par M. L. de Launay.

Le complexe tectonique des Cévennes septentrionales disparaît par suite de la montée axiale et de l'érosion (') dans le haut bassin du Doux. Mais un ensemble tectonique analogue, prolongement possible de ce complexe, affleure à l'Ouest dans le lambeau de Saint-André-en-Vivarais et sensiblement au Sud dans les lambeaux de Lamastre, du Pouzat et du Cheylard.

Le lambeau de Saint-André comprend des gneiss œillés, puis des gneiss à mica noir et des amphibolites avec du granite à biotite à grain moyen, identiques aux facies analogues du substratum et de la série de Pouyardière. enfin quelques fragments d'une série supérieure de gneiss œillés, comparable à la série du Pilat. Certaines complications de détail et l'existence des deux petits lambeaux de Veillet et de l'Aigue-Nevre résultent de replis assez aigus contemporains de la phase principale ou postérieure. Dans l'ensemble, le cristallophyllien est peu incliné et pourtant souvent laminé. Près de Rochepaule, j'ai observé le substratum d'abord intact, puis laminé. puis franchement mylonitique et en partie granulitisé après l'écrasement, et immédiatement au-dessus, des gneiss œillés, disloqués ou écrasés, novés à leur base dans la granulite post-tectonique. Des effets dynamiques apparaissent également en plusieurs points près de la base du lambeau sur les bords ouest, est et sud. Près du hameau de Bergeron, j'ai observé un plissotement intense des amphibolites et des gneiss feuilletés à la base de la série moyenne, sans qu'il y ait de mylonites au sens strict, peut-être par suite de recristallisations syn- ou post-tectoniques. Près de Rochepaule, sous cette série, les gneiss œillés sont écrasés et séparés de l'écrasement de base du lambeau par une zone intacte.

Les deux lambeaux de Lamastre comprennent seulement des gneiss œillés et un petit chapeau de gneiss et de granite, qui prolonge peut-être la série de Pouyardière. Le dessin extraordinairement compliqué des contours, qui définit par exemple entre les deux lambeaux un couloir sinueux creusé

⁽¹⁾ A. DEMAY, Comptes rendus, 192, 1931, p. 575.

jusqu'au substratum et, le long du ruisseau de Saint-Barthélemy, une demifenêtre aussi étroite et contournée qu'un fjord, accuse l'allure presque horizontale de la surface de base du lambeau en dehors de quelques parties repliées, et pourtant, sur bien des points, j'ai pu observer près du contact la trace de phénomènes dynamiques intenses. C'est ainsi que le long de la voie ferrée entre Lamastre et La Pras, immédiatement au-dessous des gneiss œillés inférieurs, le granite apparaît d'abord laminé puis franchement mylonitique. La mylonite est injectée par des filonnets de granulite fine dont le caractère post-tectonique est indiscutable.

Le lambeau du Pouzat comprend une couronne de gneiss œillés inférieurs, puis des gneiss à mica noir feuilletés ou granitoïdes et même près d'Ebruy du granite, enfin de petits lambeaux de gneiss œillé. Le dessin des contours accuse de manière remarquable l'allure presque horizontale des surfaces de séparation. Les couches sont elles-mêmes souvent peu inclinées. J'ai observé des phénomènes d'écrasement près du contact de base sur les flancs de la cote 894 et par ailleurs seulement des traces de laminage.

Les trois lambeaux de Brolles, du Cheylard et du Serrandon comprennent des gneiss œillés et le premier en outre un chapeau de gneiss à mica noir et de granite. J'ai observé un laminage intense des gneiss œillés à la pointe nord-est du lambeau du Serrandon et un bel écrasement à la base du lambeau de Brolles près du col de Villebrion.

Sur le bord sud du lambeau de Brolles et dans le substratum, à l'est et au sud du Cheylard, les conditions sont plus complexes; il semble qu'il y a eu injection, parfois lit par lit, des gneiss par le granite, puis laminage et ensuite recristallisation partielle et peut-être injection nouvelle après la phase tectonique principale. Ces gneiss injectés, migmatites au sens de J. Sederholm, sont plissés, tordus, redressés jusqu'à la verticale. Bien qu'on ne distingue pas ici un changement lithologique brusque, l'allure onduleuse de la surface de base des lambeaux prouve qu'elle coupe les plis aigus du substratum et accuse un décollement et un déplacement tangentiel. Les gneiss à mica noir et le granite du lambeau de Brolles occupent audessus des gneiss œillés une position analogue à celle de la série de Pouyar-dière dans les lambeaux des Cévennes septentrionales. Peut-être sont-ils renversés sur les gneiss, mais il y a passage entre les deux termes. J'ai d'ailleurs signalé une liaison analogue de la nappe de Pouyardière et de la nappe inférieure dans le lambeau du Pyfara.

En résumé, l'étude détaillée confirme pour les lambeaux de gneiss granulitiques du Vivarais l'idée générale de charriage envisagée par P. Termier-

et M. G. Friedel (P. Termier et G. Friedel, Comptes rendus, 142, 1906, p. 1003, et C. R. Soc. Géol. Fr., 6 mai 1907). Mais comme dans les autres parties des Cévennes septentrionales, la structure tangentielle est antérieure aux phénomènes de granulitisation et intéresse des séries analogues à celles que j'ai définies plus au Nord, gneiss œillés inférieurs, gneiss et granite de Pouvardière, gneiss ceillés du Pilat sans qu'on puisse affirmer avec certitude, surtout pour les lambeaux du Chevlard, que ces éléments prolongent effectivement les unités des Cévennes septentrionales. De mème que je l'ai indiqué antérieurement pour celles-ci, les éléments charriés du Vivarais ne peuvent d'ailleurs être considérés comme étrangers lithologiquement par rapport à leur substratum. Enfin, il est important de noter que dans le substratum des lambeaux les plus méridionaux, au lieu d'un passage assez continu du granite aux gneiss, il v a mélange hétérogène avec formation de migmatites. Peut-être faut-il voir là une évolution du métamorphisme dans le sens du mode moins profond qui a joué à l'Est et au Sud de la zone hercynienne des Cévennes septentrionales et qui apparaît déjà clairement dans le synclinal de Sarras en même temps que des conditions tectoniques différentes.

BOTANIQUE. — Sur le chondriome des Algues vertes. Note de M. Chadefaud, présentée par M. L. Mangin.

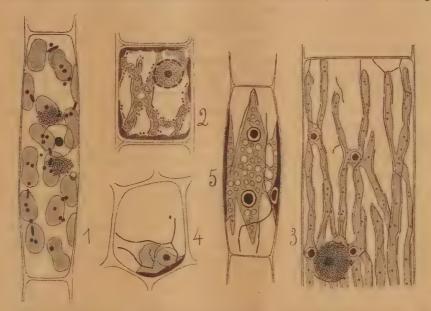
Sauf chez les Conjuguées et quelques Siphonées, le chondriome des Algues vertes est fort peu connu. Cette lacune est d'autant plus remarquable que ces plantes ont des caractères cytologiques originaux : leur plastidome constitue souvent un chromatophore complexe. J'ai essayé de la combler en examinant des Chlorophycées entières, d'abord vivantes, puis traitées par des méthodes dérivées de celle de Regaud.

1° Chez les Tribonema (Hétérokontes) où les plastes sont normaux et discoïdes, les chondriosomes sont des grains sphériques ou des bâtonnets très courts; souvent localisés contre la face interne des plastes (fig. 1). La cellule renferme en outre des physodes, des globules lipidiques, etc.

2° Ch'z les Microspora (Isokontes formant un groupe spécial) les plastes sont aussi des disques, mais largement réunis en rubans anastomosés en réseau. Les chondriosomes, très ténus, sont alignés le long des bords de ce chromatophore. On trouve à la fois des groupes sphériques, géninés ou pon, et des chondriocontes typiques, souvent très longs. En outre le noyau

est entouré d'un cercle de corpuscules réfringents et sidérophiles énigmatiques (fig. 2).

3° Chez OEdogonium nodulosum (Isokonte-Stéphanoconte), espèce de grande taille facile à étudier (jig. 3), le chromatophore est formé de rubans longitudinaux anastomosés en réseau et contient, en plus des pyrénoïdes, de nombreuses sphérules fortement sidérophiles, dont la nature m'échappe. Les chondriosomes sont des chondriocontes filamenteux, souvent très longs



et plus ou moins ramifiés. Dans certains cas, ces chondriocontes sont bien séparés les uns des autres, et typiques. Mais en général, ils s'alignent le long des bords du chromatophore, s'unissent entre eux et s'anastomosent plus ou moins complètement de façon à constituer un réseau mitochondrial, qui accompagne et double curieusement celui que forme le plastidome. Dans tous les cas, le chondriome conserve sa mobilité.

On peut observer un chondriome analogue chez d'autres OEdogonium, non seulement dans les cellules végétatives, mais aussi dans les oogones et dans les zoospores en germination, dans la mesure où le chromatophore ne le masque pas complètement.

4° Chez les Isokontes typiques: Enteromorpha (fig. 4), Ulva, Stigeocloninm (fig. 5), Chætophora, on retrouve de même un chondriome très filamenteux, plus ou moins ramifié et réticulé. d'allure par conséquent. assez spéciale. Les filaments décrits depuis longtemps par Schmidt dans les cellules des limparmaldia représentent sans doute un chondriome du même type.

J'ai presenté les résultats de mes recherches dans un ordre qui n'a aucune valeur phylogénétique, mais qui est celui d'un accroissement de complexité du plastidome : 1° Iribonema, 2 Microspora, 3° OEdogonium et Isokontes typiques. Cela permet de remarquer que cet ordre est aussi celui d'un accroissement de complexité pour le chondriome. Il semble donc y avoir un certain parallelisme morphologique entre plastidome et chondriome. En particulier, le chondriome des Isokontes a, comme leur plastidome, une allure originale. Je rappelle à ce propos que, d'après Guilliermond et ses élèves, on observe, dans les méristèmes de diverses plantes supérieures, un parallelisme entre l'évolution ontogénique des plastes et celle des chondriosomes inactifs.

On notera d'autre part que les élements du chondriome ont une tendance à se placer contre ceux du plastidome, et à s'orienter parallèlement à ceux-ci : l'exemple des *OEdogonium* est particulièrement remarquable. Il n'y a pas la un simple effet d'attraction du chondriome par le plastidome, car ce parallelisme d'orientation persiste, chez les OEdogones, dans des parties de la cellule où le chondriome existe soul. C'est donc la polarisation générale du corps cellulaire et la disposition du cytoplasme fondamental qui règlent la place et l'orientation du plastidome et du chondriome dans la cellule.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — Observations sur le Sorbus torminalis Crantz. Note de M. Lucienne George, présentée par M. L. Blaringhem.

Les rameaux longs et les rameaux courts de cet arbre silicicole ont la même structure, sauf que les sacs à tanin sont plus abondants dans les rameaux longs.

Tige joine. — Des coupes effectuées au milieu du dernier entre-nœud de nombreux exemplaires de provenances différentes montrent les caractères phylètiques suivants :

Le liège se forme de très bonne heure au niveau de l'épiderme de sorte que la paroi externe des cellules épidermiques ne tarde pas à s'exfolier. L'hypoderme, collenchymateux, tannifère, recouvre une zone parenchymateuse dont certains élements contiennent un oursin d'oxalate de calcium,

d'autres du tanin (1). Les plus internes, orientées différemment représentent un endoderme entourant extérieurement une vingtaine de faisceaux de fibres périéveliques plus ou moins lignifiées. Le phloème jeune comprend des tubes criblés avec cellules annexes, du parenchyme libérien, des rayons médullaires en général bisériés et riches en tanins, des cellules pierreuses allongées en bâtonnets. Les cellules pierreuses et parfois les tubes criblés sont accompagnés de fibres cloisonnées (stegmates) provenant de la division transversale de cellules fusiformes et dont chaque loge renferme un gros cristal d'oxalate. Le bois contient de gros vaisseaux rayés et spiralés, du parenchyme ligneux, des fibres passant à des trachéides, et, comme d'ailleurs chez toutes les Pomacées, des trachéides à ponctuations aréolées; les aréoles sont arrondies, ovales, mais le plus souvent en forme de fentes très fines, obliques par rapport aux parois, et disposées sur plusieurs spirales obliques. Les rayons médullaires, unisériés ou bisériés, sont formés d'éléments perforés, tannifères; par endroits ces cellules se divisent formant des hypertrophies locales des rayons. Le protoxylème est entouré d'éléments tannifères, puis viennent de grosses cellules à parois épaisses, canaliculées, vivantes, remplies de tanin ou d'amidon; quelques cellules semblables à celles-ci se trouvent réparties parmi les éléments morts, à parois minces, de la moelle, dont quelques-uns contiennent un oursin. La moelle est nettement hétérogène; aux nœuds, les cellules vivantes sont plus nombreuses.

Tige âgée. — L'écorce s'exfolie par suite de la formation de phellogènes plus ou moins profonds. Les cellules pierreuses du liber deviennent beaucoup plus nombreuses, groupées en amas de 5 à 10. Ces scléréides de nouvelle formation ont des parois lignifiées, fortement canaliculées, et prennent naissance dans des espaces formés par écartement d'éléments libériens. Le bois devient de plus en plus riche en tanins.

Pétiole. — L'hypoderme continu, collenchymateux, tannifère recouvre un parenchyme irrégulier avec quelques éléments cristalligènes à oursin et quelques sacs à tanin. Il renferme à sa base trois faisceaux libéro-ligneux dont le liber est coiffé d'une gaine scléreuse mince et irrégulière; ces faisceaux se réunissent bientôt en un arc détachant latéralement un ou deux petits faisceaux, mais la coupe caractéristique, effectuée à l'extrémité distale du pétiole, au point où commence le limbe, présente toujours un arc scléro-

⁽¹⁾ Les tanins, beaucoup plus abondants dans les rameaux ensoleillés, sont accompagnés d'une substance d'adsorption à aspect de gel, coloré vivement par le bleu coton; la vacuole qui les contient est entourée d'une mince couche cytoplasmique.

libéro-ligneux en U avec, au sommet de chacune de ses deux branches, un petit faisceau. Le protoxylème est entouré de parenchyme cellulosique: le parenchyme homogène médullaire contient quelques oursins, ainsi que le parenchyme irrégulier sous-hypodermique.

Limbe (1). — Il y a deux assises de parenchyme palissadique et deux de parenchyme lacuneux. Au niveau de la nervure, le parenchyme dorsal est revêtu par deux à cinq assises collenchymateuses tannifères. Sur la face ventrale, les palissades sont interrompues par un îlot collenchymateux à tanin. Le faisceau libéro-ligneux est entouré d'une gaine complète sclérenchymateuse péricyclique et d'un endoderme régulier. Les nervures d'ordre inférieur sont réduites à quelques vaisseaux ligneux et quelques tubes criblés accompagnés de stegmates. L'épiderme supérieur seul renferme des stomates, accompagnés de cinq cellules annexes.

GEOGRAPHIE BOTANIQUE. — Les places depoursues de végetation dans le Sahara et leur cause sous le rapport de l'écologie végétale. Note de M. Aug. Chevalier, présentée par M. L. Mangin.

On a défini la végétation des déserts et en particulier celle du Sahara comme une steppe très dégradee, parsemée d'immenses clairières sur lesquelles ne croît, pendant de longues périodes et parfois indéfiniment, aucune espèce végétale. Au centre du Sahara on n'aperçoit, souvent sur des dizaines ou même des centaines de kilomètres (Tanezrouft), aucune trace de plantes et cet aspect n'est pas saisonnier. Sur ces espaces, c'est exclusivement la surface du terrain (il n'existe pas de sol dans le Sahara au sens pédologique du mot) qui donne au pavsage sa physionomie propre.

Nous avons recherché qu'elle pouvait être l'origine de ces espaces entièrement dénudés. Contrairement à ce que l'on pourrait croire, cet abiotisme ne paraît pas tenir à l'extrème sécheresse. Certaines espèces sont remarquablement adaptées au xérothermisme : elles peuvent se passer de pluie pendant très longtemps, se contentant pour végéter et grainer des rosées de la période hivernale. Cependant nous avons rencontré dans le sud du Touat-Gourara, où il n'a pour ainsi dire pas plu depuis quatre ans, des places où les arbustes les plus résistants à la secheresse (Zygophyllum Ceslini, diverses

⁽¹⁾ Les coupes sont effectuées au niveau du tiers proximal de la troisième nervure latérale.

Salsolacées) ont succombé et leurs cadavres désséchés restent fixés au reg. Mais c'est à des causes édaphiques plutôt qu'à des causes climatiques qu'il faut attribuer surtout l'abiotisme des places libres du désert. En premier lieu, il faut mentionner les dunes mobiles, qui non seulement ne portent aucune végétation, maîs qui en se déplaçant ensevelissent parfois sous un épais manteau de sable des plantes qui ne tardent pas à succomber, à moins que leur extrémité feuillée émerge. Les petits monticules de sable qui se fixent fréquemment autour des plantes vivaces dans le reg ou l'erg fixé sont utiles à leur végétation en ce sens qu'ils les font buissonner et que ces monticules accroissent en hiver les condensations occultes de vapeur d'eau si utiles à la végétation désertique.

Les sebkras (dépressions occupées par des terres salées peu consistantes) constituent fréquemment aussi des places abiotiques très étendues. Bien que le désert héberge de nombreuses plantes halophiles, il en est qui ne peuvent supporter la faible salure du bord des sebkras et aucune ne vit à leur surface. Les salicornes sont les plantes qui s'en approchent le plus près et qui leur forment une ceinture, mais elles ne depassent pas vers le Sud la latitude de Ouargla (32° de lat. N.).

Enfin l'homme et le chameau sont les principales causes du dépeuplement végétal progressif du Sahara, dépeuplement certain, les oasis mises à part. Le Sahara est incontestablement un pays'dévasté par l'homme. Pour se chauffer l'hiver et cuire les aliments en toute saison, le sédentaire comme le nomade arrachent tout ce qu'ils trouvent de ligneux et notamment le Belbel (Suaeda tetragona) dont les vieilles souches constituent un combustible de choix. Il faut aller chercher aujourd'hui cette plante à 30 et parfois 50km au moins de chaque oasis.

Quant au chameau, il broute presque toutes les plantes ligneuses, il mange les plantes annuelles (Acheb) souvent avant qu'elles aient grainé. Il est très rare de rencontrer un pâturage saharien (c'est le nom donné à tout peuplement végétal au désert) qui n'ait été brouté au moins une fois par an; et, près des Ksours, les moutons se chargent aussi de tondre au ras du sol toute plante spontanée.

En résumé, le désert nord africain a sa végétation fortement dégradée, non seulement par les conditions climatiques et surtout édaphiques de plus en plus défavorables, mais aussi par l'action dévastatrice de l'homme et des animaux domestiques. Cette action s'exerce sans doute depuis de nombreux millénaires, et elle a contribué pour une large part à la régression du tapis végétal de ce pays qui ira en s'appauvrissant encore si l'homme n'inter-

vient pas pour endiguer cette destruction en aidant certaines espèces indigènes à se régénérer et en tentant l'acclimatement d'autres espèces déserticoles. Avant d'entreprendre un programme d'action, des expériences préalables permettant d'orienter les travaux seront à faire.

MORPHOLOGIE. — L'influence de la grandeur du corps sur la morphologie dentaire chez les Mammifères. Note de M. Friant, présentée par M. L. Joubin.

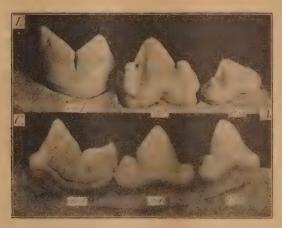
Quand on examine des couples d'animaux semblables de forme, mais différents de taille, comme par exemple le Chat et le Lion, une petite Antilope telle qu'un Céphalophe et une grande Antilope telle que l'Oryx, un Hippopotame de Libéria et un Hippopotame vulgaire, on observe que la forme des dents varie avec la grandeur du corps et que les dents jugales (prémolaires et molaires) en particulier sont beaucoup plus compliquées chez les animaux de grande taille que chez ceux de petite taille.

Cette observation doit être rapprochée d'un certain nombre de faits déjà connus se rattachant à la similitude en géométrie. C'est ainsi que Baillarger a signalé la gyrencéphalie extrème des Mammifères de grande taille et la lissencéphalie des Mammifères de petite taille et que M. R. Anthony a montré aussi que les reins des Mammifères vivant dans des conditions qui impliquent la lobulation rénale sont beaucoup plus divisés chez les grands animaux que chez les petits.

Si l'on compare la série dentaire inférieure P₃, P₄, M₄, de deux Carnassiers très voisins et semblables de forme, mais de taille très différente, on observe que, chez le plus petit, la cuspide principale de chacune de ces dents est plus élevée et plus étroite, les cuspides accessoires, antérieure et postérieure, tendant à s'effacer (voir, par exemple, la cuspide accessoire antérieure de P₃ qui a complètement disparu) et à se simplifier (voir la cuspide accessoire postérieure de P₄, bifide chez le Lion et simple chez le Chat); les trois cuspides tendent, de plus, à se placer sur une même ligne droite mésio-distale.

Cet exemple montre nettement la simplification des dents jugales quand on passe d'un grand animal à un autre de mème forme, mais de taille inférieure; il montre en outre que, dans le cas particulier des Carnassiers, cette simplification se poursuit dans un sens déterminé tendant à réaliser des dents de type triconodonte ou tricuspide.

Cette dernière remarque a une très grande importance quant à l'appréciation de la théorie dite de la Trituberculie, d'après laquelle, comme l'on sait, les dents jugales de tous les Mammifères proviendraient d'un type tricuspide, c'est-à-dire formé de trois pointes dont une médiane très grande et deux, antérieure et postérieure, plus petites. Les fondateurs et les partisans



Série des prémolaires et molaires du maxillaire inférieur droit, face externe. A. Partie antérieure.

En haut : L. Lion (Felis leo L.) GN.

En bas : C. Chat (Felis domestica Briss.) GN × 3,5 (ramené à la taille du Lion).

Papremière prémolaire; Pa deuxième prémolaire; Ma première molaire.

de cette théorie, à peu près universellement admise par les paléontologistes, s'appuient sur cette notion fondamentale que le type tricuspide est celui de formes les plus anciennes (Mammifères triasiques).

Or, si l'on dresse la liste de toutes les formes à dents triconodontes, aussi bien fossiles qu'actuelles, on observe qu'une telle disposition des cuspides et une telle morphologie d'ensemble ou bien résultent d'une régression adaptative comme chez les Pinnipèdes, carnivores adaptés à la vie marine, ou bien sont en rapport avec une taille somatique très réduite : le Dromatherium, l'Amphilestes, le Triconodon, souvent choisis comme exemples, n'atteignaient pas le volume d'un Hérisson.

La forme triconodonte ne serait donc pas le type ancestral des dents jugales mammaliennes; elle constituerait un caractère phénotypique et non un caractère génotypique, comme on l'admettait jusqu'ici.

PHYSIOLOGIE. — Le coefficient hydrothermique chez les homéothermes.

Note de M. Jules Amar, présentée par M. A. d'Arsonval.

1. La chaleur qui se développe dans les organismes à température constante réalise un régime régulier, c'est-à-dire que, pour maintenir l'homéothermie à travers toutes les variations d'ordre externe (milieu almosphérique, travail musculaire), elle agit sur les mécanismes déperditeurs telles que la sudation et la transpiration pulmonaire.

En général, si Q est la quantité totale d'énergie résultant des combustions cellulaires, il s'en perd une certaine portion par rayonnement et convection à la surface du corps, soit R, et R dépend de la grandeur de cette surface. Cela en l'absence de tout travail extérieur des muscles; mais si celui-ci intervient, il prélèvera une portion T (en calories). On aura donc :

Au repos:
$$Q - R$$
; au travail: $Q' - R - T$.

L'excès restant doit être dissipé, sans quoi la température du corps s'élèverait au détriment de la vie. Alors cet excès même provoque le jeu des glandes sudoripares, tandis que la ventilation respiratoire accrue par la contraction des muscles emporte plus de chaleur interne. Cette régulation physique (Rubner) obéit, comme on sait, à des centres nerveux médullaires, principalement dans le Bulbe.

Soit V la quantité de chaleur vaporisée sur la peau et les poumons (exprimée en calories); elle est, remarquons-le bien, liée à l'excès restant, soit à Q-R, soit à Q'-R-T. Et elle en est une fraction K que nous appellerons coefficient hydrothermique. On a donc:

Au repos:
$$K = \frac{V}{Q - R}$$
.

Au travail: $K' = \frac{V'}{Q' - R - T}$.

On a donné des valeurs très variables de ce coefficient, tantôt en l'exprimant en fonction de l'énergie totale Q ou Q' (ce qui est faux), tantôt en le rapportant au poids d'oxygène consommé, ce qui est équivalent. Les conclusions sont d'une telle absurdité qu'il n'y a pas lieu de s'y arrêter (').

2. Vérifications. — Nous ferons quelques applications des formules ci-dessus aux expériences américaines d'Awater et Benedict. Le milieu

⁽¹⁾ Voir par exemple Nichita et Mayer, Comptes rendus, 189, 1929, p. 869.

était à 20° et l'eau totale vaporisée recueillie et mesurée toutes les 2 heures. Toutefois nous considérerons des périodes de 6 heures au moins pour éviter l'erreur relative trop grande quand il s'agit de l'eau vaporisée durant le travail.

Et d'abord, calculons R pour un homme de 76^{ks} (cas des dites expériences). D'après nos déterminations (4), R = 1646^{cal} en 24 heures. D'après les expériences américaines que nous avions analysées (*loc. cit.*, p. 216 et suiv.), on eut :

$$Au\ repos: Q = 2397^{cal}, \qquad V = 522^{cal}$$

 $Au\ travail: Q' = 5176^{cal}, \qquad V = 1952^{cal}$ et $\sim 8 = 604^{cal}$.

Si le coefficient hydrothermique était constant, nous aurions K = K', ou bien

$$\frac{522}{2397 - R} = \frac{1952}{5176 - R - 604}.$$

D'où l'on déduit

$$R = 1600^{cal}$$
 et $K = K' = 0.65$,

Le coefficient hydrothermique est une constante, et représente environ les deux tiers de la chaleur inutile (2).

Mentionnons encore des expériences de travail portant sur 6 heures de temps, où $R = 400^{cal}$ par conséquent, en moyenne, nous trouvons (loc. cit.):

Dans une expérience de 16 heures de travail, particulièrement dure et où les mesures ont pu manquer de rigueur, l'on obtient néanmoins

$$K' = \frac{V'}{Q' - R - \mathcal{E}}$$
 ou $\frac{4370}{9314 - 1600 - 1482} = 0,70.$

La moyenne générale du coefficient hydrothermique est donc 0,66 ou de la chaleur inutile, tant au repos qu'au travail, cela chez les homéothermes. Il est superflu de remarquer que la constance de ce facteur biologique est une preuve de plus de l'action d'un centre nerveux régulateur, d'un centre hydrothermique.

⁽¹⁾ Jules Amar, Le Moteur humain, p. 332 (Dunod, 1923).

⁽²⁾ Nous voulons dire non employée au travail ni au rayonnement.

PHARMACODYNAMIE. — Action de la spartéine sur l'inversion par l'yohimbine des effets vasoconstricteurs de l'adrénaline. Note de M. René Hazard, présentée par M. A. Desgrez.

L'action favorisante que la spartéine exerce sur les effets hypertenseurs de l'adrénaline (†) est-elle suffisante pour lever la paralysie portée par l'yohimbine sur les vasoconstricteurs?

On opère chez le chien anesthésié au chloralose, vagotomisé et soumis à la respiration artificielle. L'animal reçoit d'abord une quantité d'yohimbine suffisante (en général o^s,002 à o^s,004 par kilogramme par la voie intraveineuse) pour que l'adrénaline manifeste une action nettement hypotensive, tandis qué le rein suit passivement les variations de la pression carotidienne (²). On injecte alors de la spartéine et observe l'action d'une même dose d'adrénaline sur la pression et sur le rein.

Parfois une dose de 08,02 de sulfate de spartéine par kilogramme (voie intraveineuse) suffit pour que l'adrénaline exerce non plus une action hypotensive, mais un effet hypertenseur.

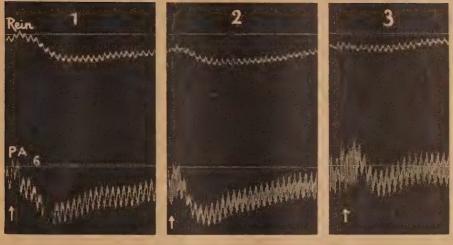
Parfois il faut répéter les injections de sparteine pour voir cesser progressivement l'hypotension adrénalinique et constater qu'il s'y substitue ensuite peu à peu $(fig.\ 1\ a\ 7)$, une légère action hypertensive. Dans certains cas il est donné d'observer $(fig.\ 6\ et\ 7)$ le retour partiel de la vasoconstriction rénale (3).

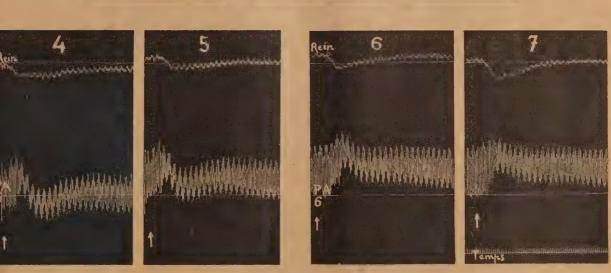
Les effets vasoconstricteurs de l'adrénaline rétablis par la spartéine

⁽¹⁾ R. HAZARD, Comptes rendus, 194, 1932, p. 130.

⁽²⁾ R. HAMET, Comptes rendus, 180, 1925, p. 2074, et 182, 1926, p. 170.

⁽³⁾ La spartéine peut de même neutraliser partiellement les essets de l'yohimbine lorsqu'on l'injecte avant celle-ci : déjà avec les doses relativement faibles de spartéine (05,02 à 05,04) l'hypotension adrénalinique ne s'observe, en général, qu'avec des doses d'yohimbine supérieures à celles dont on peut penser qu'elles auraient été normalement sussissantes. Chez l'animal soumis, après yohimbine, à des doses fortes de spartéine, des doses même considérables d'yohimbine ne peuvent plus ramener l'esset hypotenseur adrénalinique. Il y aurait donc entre les deux alcaloïdes un antagonisme partiel réciproque mais les variations observées dans les doses nécessaires pour faire prédominer l'action de l'un par rapport à l'autre ne semblent pas permettre d'évaluer les rapports quantitatifs de leur activité.





Diminution progressive, par des doses croissantes de spartéine, chez le chien d'abord soumis à l'action de l'yohimbine, de l'hypotension adrénalinique; apparition progressive de faibles effets vasoconstricteurs,

Thien of 5 ks chloralosé. Vagotomie double. Respiration artificielle. Rein = tracé oncographique du rein. PA= pression carotidienne avec repère à 6 cm Hg. Temps en secondes (grandeur naturelle). Toutes les courbes enregistrées sont produites par l'injection intraveineuse de 2/100 de mg de chl. d'adrénaline (en ♠) en tout, faite d'abord en 1 après os,002 par kg de chl. d'yohimhine (Houdé) puis de 2 à 7, après des injections intraveineuses successives de sulfate de spartéine; 2, après os,02; 3, après os,04; 4, après os,06; 5, après os,06; 6, après os,10; 7, après os,14 au total de sulfate de spartéine par kg. Malgré l'augmentation de la dose de spartéine, l'effet vasoconstricteur n'est pas sensiblement plus net en 6 qu'en 7.

restent toujours faibles, quelle que soit la dose de spartéine injectée (fig. 6 et 7), la hauteur de la courbe de l'hypertension enregistrée ne dépassant guère le dixième de celle que l'on observait à l'état normal.

Chez le chien traité par l'yohimbine, la spartéine elle-même tend, à chaque injection, à relever la pression artérielle abaissée par l'yohimbine, la ramenant ainsi au voisinage et même au-dessus de la normale. Ce maximum une fois atteint, les doses plus fortes de spartéine tendent, au contraire, à abaisser lentement la pression.

A l'effet hypertenseur paradoxal de la spartéine (*) s'ajoute une augmentation cousidérable de la tolérance de l'organisme à l'action de cet alcaloïde. On a pu injecter à certains animaux jusqu'à 0⁵, 2⁵ et 0⁵, 3⁵ de sulfate de spartéine, par kilogramme, sans observer la mort.

L'yohimbine semble empêcher la spartéine de sensibiliser le cœur à l'action toxique de l'adrénaline : on n'a jamais observé, au cours de ces expériences, la syncope adrénalinospartéinique (2).

La spartéine empêche donc l'yohimbine d'inverser l'action hypertensive normale de l'adrénaline. Mais elle ne supprime pas seulement l'effet hypotenseur de l'adrénaline : levant partiellement la paralysie portée par l'yohimbine sur les vasoconstricteurs, elle permet même à l'adrénaline d'exercer un faible effet hypertenseur et vasoconstricteur.

BIOÉNERGÉTIQUE. — Courbes de la déperdition et du métabolisme, en fonction de la température extérieure, chez l'homéotherme au repos. Note (3) de MM. A. AUGUET et J. LEFÈVEE, présentée par M. A. d'Arsonval.

On sait par les recherches de l'un de nous (*) comment se comporte la variable thermogénétique. Par contre obscurités et contradictions règnent sur la situation exacte de la neutralité, sur la marche et la forme des courbes du métabolisme et de la variable thermolytique, à cette neutralité et dans la zone de chaud.

⁽¹⁾ La spartéine, aux doses utilisées, se montre, en effet toujours /a l'état normal, hypotensive (F. et L.-J. Mercier, C. R. Soc. Biol., 93, 1925, p. 338 et 412).

⁽²⁾ F. MERCIER, Comptes rendus, 185, 1927, p. 1162.

⁽³⁾ Séance du 18 janvier 1932.

⁽⁴⁾ JULES LEFEVRE, Chaleur animale et Bioénergétique (Paris, Masson, 1911), et le Tome 8 du Traité de Physiologie normale et pathologique (Masson, 1929).

- I. Principes. Lois physiologiques de la transmission calorique. Il s'agit de lois classiques qui, a priori, éclairent notre étude et dictent les expériences à faire.
- 1° Chez les animaux qui transpirent, le jeu de la variable thermolytique au chaud détermine une production de sueur croissante et surabondante, dont la moindre convection exagère l'évaporation;
- 2° Chez tous les homéothermes, la conductibilité de la peau est deux fois plas élevée ou chaud qu'au froid;
- 3° Son coefficient de transmission superficielle, indépendant de la température externe, grandit rapidement avec la convection;
- 4° Son coefficient d'admission de la chaleur interne, grandit rapidement au froid (1).

Ces lois tracent déjà la forme générale de la déperdition sensible. En effet, à partir de 37° ou de 37°,5, elle doit s'élever rapidement (2° loi) en ligne droite (ligne pointillée ab de la figure), puis se coucher à mesure que la conductibilité de la peau diminue, pour se relever de nouveau au froid (4° loi). Bref, au milieu, entre 20° et 25°, une région d'inflexion séparant les deux courbures inverses du froid et du chaud : telles sont les prévisions. L'expérience va les vérifier.

II. METHODE EXPÉRIMENTALE ET RESULTATS. — La troisième loi nous apprend que, sous légère convection, les moindres variations de la transmission, fortement accentuées apparaîtront, et la première loi que par cette convection la variable thermolytique sera augmentée. Ces conditions sont précisément celles de notre chambre calorimétrique, appareil compensateur à légers (²) et multiples courants d'air, séparant les chaleurs sensible et la tente, fonctionnant à toutes températures, et qui devient ainsi l'instrument approprié à ces recherches.

Mais il importe que le sujet ait, avant et pendant les mésures, un code d'existence et une tenue invariables. Le sujet idéal est donc l'homme. Une brebis très douce nous a toutefois donné de bons résultats. Les courbes cotées de la figure synthétisent ceux de l'homme.

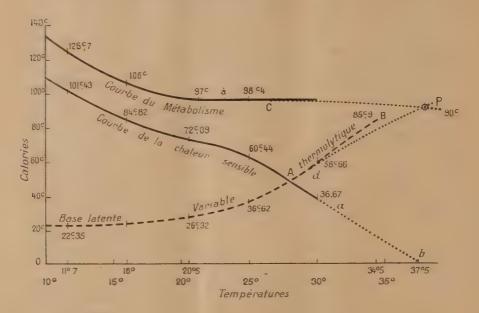
3° Examen critique et conclusions. — La courbe à inflexion de la sensible est bien telle que prévue. Celle de la latente, détachée de sa base au moment

⁽¹⁾ J. LEFEVRE, loc. cit.

⁽²⁾ Les grands courants, trop réfrigérants, comme les bains, tiennent le sujet dans la zone de froid et ne permettent plus l'analyse de la zone de chaud.

de l'inflexion de la sensible, symétrique de celle-ci, gagnant ainsi tout ce que la sensible perd, maintient leur somme à 97°, et finit elle-mème sa course suivant la ligne droite AB.

La courbe du métabolisme, accélérée au froid comme la sensible, se pose, à partir de 22°, sur le plateau de 97 a 98°.



Mais nous savons que la convection légère exagère de plus en plus au chaud les cotes de la latente. Dans le simple rayonnement, cette dernière suit donc la ligne pointillée plus basse dP et devient, elle aussi, une courbe à inflexion. Quant au métabolisme qui dans le rayonnement n'est plus maintenu au plateau de 97 à 98°, puisque l'excitation réfrigérante de la convection au chaud y disparaît, il s'infléchit lui-mème selon le pointillé cP pour couper la latente au point P (cote voisine de 90°), à la température du corps. Il convient de noter que toutes ces inflexions sont directement données par l'expérience, chez la brebis qui ne transpire pas.

En conclusion, la courbe du métabolisme n'a qu'un plateau d'inflexion, qui n'est ni une base, ni un minimum, et dont on peut mesurer la valeur physiologique dans une marge de quelques degrés, au-dessus du point de

neutralité (22°)(1), point marqué à la fois par l'inflexion de la sensible et le départ de la variable thermolytique.

HISTOCHIMIE. — Utilisation de la spectrographie de raies en histochimie (histospectrographie). Note de MM. A. POLICARD et A. MOREL, présentée par M. F. Mesnil.

Un des problèmes essentiels de l'histochimie réside dans la caractérisation des éléments chimiques présents dans les divers points d'une cellule ou d'un tissu. Il serait très utile, au point de vue de la Biologie générale, de pouvoir, par exemple, déceler dans un noyau, ou un organe cellulaire, ou une fibre, etc., la présence de K, Ca, Mg, Fe, Si, etc., et, au point de vue de la pharmacologie expérimentale, celle du Pb, du As, etc. Aucune méthode microchimique ne le permet actuellement, en raison d'une insuffisante sensibilité et de l'impossibilité d'une localisation histologique précise de la réaction.

Nous avons tenté d'approcher de la solution du problème en utilisant la spectrographie de raies. Par extension de la méthode de microincinération de l'un de nous, nous avons tout d'abord recherché les spectres d'émission obtenus avec des solutions faites à partir des cendres de points convenablement choisis dans des coupes (2). Ce procédé, précieux à certains points de vue, présente l'inconvénient d'exiger une microdissection délicate et de ne pas permettre une localisation histologique très précise. Nous avons donc été conduits à utiliser une autre méthode.

Sur un point d'une coupe, bien repéré au microscope, on fait jaillir une étincelle que l'on analyse spectroscopiquement. Indépendamment de nous, une méthode analogue a déjà été utilisée par W. et W. Gerlach (3), qui en

⁽¹⁾ Point d'ailleurs variable selon l'espèce, l'individu, la protection par la fourrure du le vêtement, les conditions du milieu.

⁽²⁾ POLICARD, MOREL et P. RAVAULT, Étude histospectrographique de la localisation du calcium et du magnésium dans l'aorte humaine et de leurs variations au cours de l'athérome (Comptes rendus, 194, 1932, p. 201)...

⁽³⁾ WA. et WR. Gerlach, Der Elementarnachweis im Gewebe (Virchow's Archiv, 282, 1931, p. 208); WA. Gerlach et E. Schweitzer, Spektralanalytische Untersuchungen zur chemischen Mikroanalyse (Zeits. f. anorg. u. all. Chemie, 193, 1931, p. 255).

ont montré l'intérêt. Le procédé exposé ici diffère par plusieurs points de celui de ces auteurs.

La technique comprend les quatre temps suivants :

I. Préparation de la coupe. — Les coupes, épaisses de 50 à 100¹⁴ environ, sont faites au microtome à congélation ou à main levée, étalées sur une lame métallique (platine) et laissées à l'air libre jusqu'à demi-dessiccation. Ces coupes seront examinées au microscope exclusivement en lumière réfléchie.

II. Mode d'étincelage de la coupe. — Les étincelles utilisées proviennent d'un de ces petits appareils de haute fréquence couramment utilisés en dermatologie. Sans inconvénients pour l'observateur, elles fournissent de bons spectres d'émission.

Il est possible de tirer des étincelles sur des coupes étalées sur lames de verre; mais ces étincelles sont mobiles et donnent des spectres peu nets. Un des points essentiels de la méthode apportée ici consiste dans la mise à la terre de la coupe, rendue possible par l'étalement sur lames métalliques. Les étincelles obtenues ainsi sont très fixes et donnent d'excellents spectres.

La lame métallique portant la coupe est placée sur la platine d'un microscope. Le point à étinceler est exactement repéré. Sans toucher à la préparation, simplement en tournant le revolver, on remplace alors l'objectif par une aiguille de platine montée sur une pièce en bakélite ou en caoutchouc, fixée au revolver à la place d'un objectif. Cette aiguille a la même hauteur que l'objectif et est reliée à l'appareil de haute fréquence. L'étincelle jaillit ainsi au point microscopiquement repéré. Ce contrôle histologique constitue un point essentiel de la technique.

III. Obtention du spectre. — Grâce à une lentille cylindrique en quartz, l'image de l'étincelle est condensée sous forme d'une fine bande sur la fente d'un spectrographe en quartz. Comme le point étincelé est assez rapidement détruit, une pose courte est nécessaire, 15 à 120 secondes environ.

IV. Étude du spectre. — Les spectres obtenus présentent des raies visibles à partir de 2300 Å environ (avec plaques non sensibilisées à l'anthracène). Ces raies sont étudiées par comparaison avec des spectres de référence. Il est facile de caractériser les raies des éléments chimiques cherchés. D'une façon générale, les raies ultimes de A. de Gramont sont les plus utilisables.

A titre d'exemples, voici les raies qui se sont montrées les plus significatives pour: Ca, 4226, 3968 et 3933; Mg, 2852, 2802 et 2795; Si, 2881, 2528 et 2516; Pb, 2830, 2630, 2610 et 2470.

Histologiquement parlant, la méthode histospectrographique est, sans

nul doute, encore fort grossière. On ne peut encore l'appliquer à des éléments cellulaires isolés, trop petits, mais seulement à des territoires ayant au moins un demi-millimètre carré environ. Cependant, telle qu'elle est actuellement, elle apparaît comme utile à un double point de vue. Elle permet la détection sûre des éléments chimiques dans les tissus. Elle peut renseigner, au moins approximativement, sur la quantité de ces éléments, soit par appréciation à l'œil nu de l'intensité des raies (ou éventuellement, au spectrophotomètre), soit par l'étude des conditions de l'apparition des raies ultimes.

PARASITOLOGIE. — Sur un Nématode parasite de Psyllides. Note de M. R. Pussard, présentée par M. P. Marchal.

Au cours de mes recherches sur la faune des *Psyllidæ* de la région lyonnaise, j'ai eu l'occasion d'observer un Nématode appartenant au genre *Mermis (sensu lato)* et parasitant plusieurs espèces du genre *Psylla*: le parasitisme d'un tel ver n'a jamais été signalé dans ce groupe d'Hémiptères Homoptères.

Chassant en juillet 1931 dans le massif calcaire de l'Île Crémieu qui fait suite au Jura méridional sur la rive gauche du Rhône, j'ai pu capturer en grand nombre sur Alnus glutinosa Gaertn. les deux espèces Psylla alni L. et Psylla Försteri Fl., cette dernière toujours notablement plus abondante que la première et sur Viburnum lantana L., Psylla viburni Lw. qui n'avait pas encore été signalée en France. Ces insectes vivants furent placés dans des tubes avec quelques feuilles de leurs plantes nourricières dont la transpiration produisit une légère condensation d'eau sur la paroi de verre; certaines Psylles au contact de l'eau laissèrent échapper de leur corps, par rupture des téguments, des Nématodes d'un blanc laiteux que je reconnus bientôt être des larves immatures de Mermis. En ce qui concerne Psylla Försteri près du tiers des individus adultes des deux sexes étaient parasités par un ou plusieurs vers; à la dissection d'un adulte de Psylla viburni, j'ai pu observer dans la cavité générale deux larves du Nématode pelotonnées partiellement l'une dans la partie antérieure du thorax, l'autre dans l'abdomen; dans ce dernier cas les larves étaient d'une longueur et d'un diamètre particulièrement faibles.

Il semble que ces larves aient besoin d'un certain degré d'humidité pour

quitter le corps de leur hôte: mais, placées dans l'eau, elles ne tardent pas à périr, étant devenues alors essentiellement terricoles. La taille des larves, au moment où elles vont commencer de mener une vie libre peut varier approximativement du simple au double: ainsi les exemplaires que j'ai examinés avaient une longueur comprise entre 11 et 22^{mm} et un diamètre correspondant compris entre 0^{mm}, 1 et 0^{mm}, 17.

La présence des larves de Mermis ne paraît provoquer ici, comme chez les Orthoptères en particulier, aucune modification importante dans la morphologie externe des divers segments du corps : il en résulte tout au plus, dans les cas extrêmes, une distension générale portant principalement sur les membranes intersegmentaires. A la dissection et sur coupes, on constate que le Nématode détermine chez les femelles la destruction des ovaires et de la plus grande partie du tissu adipeux, ménageant toutefois, dans les cas étudiés, la spermathèque remplie de spermatozoïdes.

Plusieurs chasses effectuées pendant le mois de juillet dans le massif de Crémieu (Isère), sur des terrains calcaires appartenant au bathonien moyen recouvert par places de lambeaux d'alluvions glaciaires, m'ont toutes permis de capturer un grand nombre de Psylles de l'Aune parasitées par les larves de Mermis tandis que des expéditions semblables faites à peu de jours d'intervalle sur des terrains cristallophylliens du département du Rhône ne m'ont donné aucun résultat quant au parasitisme de Nématodes Psylla alni et Psylla Försteri pourtant très abondantes.

Ces faits sont à rapprocher de ceux mis en évidence par M. A. Vandel, en ce qui concerne la répartition des Mermis parasites de la Fourmi Pheidole pallidula [A. VANDEL, L'influence de la nature du sol sur la répartition des Mermis parasites de la Fourmi Pheidole pallidula (Bul. Soc. Zool. de Fr., 55, III, p. 244)]. Si la teneur en eau d'un sol est un facteur prépondérant pour le développement d'Alnus glutinosa, donc des Psyllides ses hôtes habituels, par contre le parasitisme de ces Psyllides par des Nématodes du genre Mermis paraît dépendre à la fois d'un certain taux d'humidité et de la nature calcaire du sol, d'où résulterait sa localisation géographique.

BÂCTÉRIOLOGIE. — Facteurs de stabilité des suspensions bactériennes chauffées à 80°C. Note de MM. Ph. Lasseur, A. Dupaix et M. Grojean, présentée par M. H. Vincent.

Sous l'action du chauffage à 80°C. un grand nombre de Bactéries perdent, partiellement ou complètement, la faculté d'être agglomérées, floculées ou précipitées par le sérum homologue [Eisenberg et Volk (1902), Joos (1903), Porges (1905), Lasseur (1921), Lasseur et Vernier (1924), Lasseur et Noblat (1928) Lasseur et Dupaix (1929-1930)]. Les plastides microbiennes chauffées fixent néanmoins l'agglutinine et, pour expliquer la stabilisation des suspensions bactériennes soumises à l'action du chauffage à 80°C., Eisenberg et Volk font intervenir l'existence de corps empêchants.

Nous avons montré antérieurement (1921-1924-1929-1930) que l'expérience ne vérifie pas cette hypothèse.

Dans les essais que nous résumons aujourd'hui, nous avons recherché dans quelle mesure le chauffage (à 80°C.) fait varier la tension superficielle, la charge électrique, la viscosité des suspensions bactériennes.

A cet effet, des corps microbiens provenant de cultures (sur gélose de pH = 7) âgées de 40 heures ont été lavés trois fois à l'eau bidistillée et mis en suspension : 1° dans l'eau bidistillée ('); 2° dans l'eau bidistillée additionnée de NaCl à la concentration de 0°, 200 par litre; 3° dans l'eau physiologique.

L'eau physiologique, par son excès d'électrolytes, complique les déterminations de vitesse de transport des Bactéries, ce qui justifie l'emploi des solutions renfermant o⁵, 200 de Na Cl par litre. Ces solutions offrent une richesse en électrolytes suffisante pour provoquer l'agglomération des plastides en présence de sérum homologue.

Nos expériences out porté sur B. caryocyaneus, B. chlororaphis, B. prodigiosus et B. balticus.

Voici les résultats obtenus avec B. caryocyaneus:

⁽¹⁾ De conductibilité K = 1,2.10-6.

Nature des systèm e s.	ficielle en dynes-cm	· Vitesse, de transport . en cm-seconde (1).	sité spécifique	bilité 🔨	pH.	
Suspension dans l'eau	distillée	:				
Chauffée	61,8	2, 1.10-4	1,050	75.10-6	5,15	
Non chauffée	75,6	1,29.10-4	1,035	39.10-6	4,33	
Suspension dans l'eau bidistillée + 0,200 % NaCl:						
Chauffée	61,5	2,81.10-4	1,107	434.10-6	5,27	
Non chauffée	. 70,6	1,87.10-4	1,035	404.10-6	4,85	
Suspension dans l'eau	physiolog	gique:				
Chauffée	. 56		1,142	ء ر س	5,46	
Non chauffée	. 66	- 0	1,035	-	4,85	

Quel que soit le système considéré, le chauffage à 80°C. détermine une chute importante de la tension superficielle, une augmentation notable de la charge électrique et un léger accroissement de la viscosité spécifique.

Le pH des suspensions augmente par l'action de la température à 80° C., mais il reste dans la zone des pH éminemment favorables à l'agglutination sérique des Bactéries, par conséquent l'accroissement de stabilité des suspensions de B. caryocyaneus, chauffées à 80° C., trouve une explication satisfaisante dans les variations de la tension superficielle, de la charge électrique et de la viscosité.

Les suspensions réalisées avec différentes cultures A, B, C, D (mais de même àge) de B. caryocyaneus montrent des variations du même ordre. C'est ce qui découle notamment des mesures de tension superficielle faites dans les suspensions en eau bidistillée.

⁽¹⁾ Sous un gradient de 1 volt par centimètre. La charge des plastides reste négative dans toutes les expériences.

Tension superficielle des suspensions de B. caryocyaneus en eau bidistillée.

Désignation	de B. cary ocyaneus	de B. caryot yaneas en eau bidistillee.			
des cultures.	Suspensions chauffées.	Suspensions non chauffées.			
A	60,7	72,1			
B	58,8	75,3			
C	61,8	75,6			
D	62	74,4			

Enfin avec B. chlororaphis, B. prodigiosus et B. balticus, on observe des faits analogues à ceux que nous venons de décrire chez B. caryocyaneus.

En résumé, la stabilité remarquable des suspensions bactériennes chauffées à 80° C. s'explique, au moins partiellement, par une diminution de la tension superficielle des systèmes dispersés, une augmentation de la charge électrique des plastides et un accroissement de la viscosité des suspensions.

BACTÉRIOLOGIE. — Action du cuivre métallique sur les germes des eaux d'alimentation. Note de MM. PILOD et CODVELLE, présentée par M. H. Vincent.

Certains métaux (Ag, Cu, Hg) laissés quelque temps en contact avec l'eau lui confèrent des propriétés germicides durables (pouvoir oligodynamique de Naegeli, 1893). L'épuration de l'eau de boisson par l'argent, proposée dès 1894 par H. Vincent, tentée par Saxl en 1917, a été réalisée récemment par Krause (procédé Katadyn), plus récemment par Dienert et Etrillard et par Lakhowsky.

Nous avons entrepris des études sur le pouvoir germicide du cuivre en vue de son emploi éventuel comme agent d'épuration ou de conservation des eaux d'alimentation. Pour évaluer l'action de différents facteurs sur l'apparition et les variations d'intensité du pouvoir germicide de l'eau activée par le métal, nous avons adopté la technique suivante :

Préparation de l'eau activée. — Deux cents centimètres cubes d'eau bidistillée contenue dans un récipient de verre bouché au coton sont soumis à l'action d'une lamelle de cuivre pur d'une surface totale de 1 em² et agités une fois par jour. Le métal est enlevé lorsque l'eau, après essai, présente le pouvoir germicide-type ci dessous défini:

Étalonnage de l'activité germicide. — Nous considérons conventionnellement la masse d'eau comme ayant acquis l'«activité-type» lorsqu'un centimètre cube de cette eau est capable de détruire en 24 heures, à 37°, o^{cm³},2 d'une émulsion fraîche de B. coli renfermant environ 10 millions de germes par centimètre cube.

Nous avons pu vérifier ou établir les points suivants :

I. Apparition du pouvoir germicide de l'eau en contact avec le cuivre. — Dans les conditions précédemment indiquées, à la température ordinaire du laboratoire et à la lumière diffuse, l'activité-type est atteinte en quatre jours.

La température exerce une action très nette sur la rapidité d'activation de l'eau. L'activité-type est atteinte en six jours à la glacière, en quatre jours à 18°, en 72 heures à 37°, en 60 heures à 56°.

La lumière n'a pas montré dans nos expériences d'influence notable.

L'oxygène est indispensable au développement du pouvoir germicide. De l'eau, débarrassée par ébullition prolongée des gaz dissous et mise en présence du cuivre dans un flacon rempli d'azote, bouché hermétiquement, n'acquiert en 32 jours aucune propriété germicide.

A l'inverse, l'activité de l'eau est plus rapidement obtenue et sensiblement augmentée si l'on fait passer sans interruption de l'oxygène ou de l'air à la surface du fragment de cuivre immergé. Dans ces conditions l'eau atteint en 48 heures l'activité-type.

La présence d'une sur face adsorbante (fragment de porcelaine dégourdie de 50^{em²}) dans l'eau en expérience retarde de 24 heures l'apparition de l'activité-type.

Si l'on se sert, au lieu d'eau distillée neutre, soit d'eau de canalisation urbaine. soit d'eau distillée additionnée d'un sel à 1 pour 1000 (chlorure de sodium, sulfate de sodium, iodure de sodium) ou de glucose à la même concentration, la rapidité d'activation de l'eau est sensiblement la même.

II. Persistance du pouvoir germicide de l'eau activée après ablation du métal. — Lorsque l'eau a acquis en présence du cuivre l'activité-type, on enlève le métal. On observe alors que l'eau activée, changée de récipient, maintenue sans précaution spéciale à la lumière diffuse ou à l'obscurité, à la température du laboratoire, conserve son activité pendant plus d'un an et demi.

L'ébullition, le séjour prolongé à la glacière ne diminuent pas les propriétés germicides acquises. Par contre, le passage rapide de l'eau sur quelques épaisseurs de coton hydrophile ou à travers une couche de sable fin de 5^{cm} de hauteur suffit à inactiver l'eau. La filtration sur bougie L3 agit de même.

III. Pouvoir germicide de l'eau activée sur différents microbes des eaux. — L'eau activée s'est montrée bactéricide, non seulement pour le B. coli, mais encore dans les mêmes conditions d'expérience pour les bacilles du groupe typho-paratyphique, les B. dysentériques, le vibrion cholérique, l'entérocoque. Elle agit de même sur le staphylocoque, les streptocoques. Aucun de ces germes ensemencés dans une grande masse de bouillon, après action de l'eau activée, n'a donné de culture tardive. Il s'agit donc d'un pouvoir germicide et non d'un simple pouvoir empêchant.

Le B. pyocyanique s'est toujours montré beaucoup plus résistant. Une émulsion de 100000 germes par centimètre cube n'a pas été nettement influencée après contact de 24 heures à 37° avec de l'eau activée type.

Le pouvoir germicide de l'eau est pratiquement inversement proportionnel à la dilution. L'eau activée type, diluée au cinquième, détruit en 24 heures, à 37°, environ 400000 B. coli par centimètre cube. Diluée au dixième, elle n'en détruit que 200 à 250000.

Le nombre de germes détruit varie suivant le temps de contact avec l'eau activée: si l'on utilise une émulsion de 5000 B. coli par centimètre cube, on constate qu'après 10 minutes, 50 pour 100 des germes demeurent cultivables; après 30 minutes, 25 pour 100; après 60 minutes, 5 pour 100; après 90 minutes, 0 pour 100.

La température intervient fortement dans la destruction des germes. Une eau d'activité-type à 37° ne présente plus à une température voisine de o° qu'un pouvoir germicide mille fois moindre. Reportée à 37°, elle récupère son activité initiale.

Les cristalloïdes, tels que le chlorure de sodium, l'iodure de potassium, le glucose à la dilution de 1 pour 1000, n'atténuent pas sensiblement le pouvoir germicide.

L'eau activée additionnée de peptone à 5 pour 100, d'albumine d'œuf à 1 pour 100, de composés organiques complexes (urine humaine neutre au dixième) perd son action germicide.

On peut conclure de ces expériences que le cuivre serait un agent imparfait d'épuration des eaux d'alimentation, en raison de la lenteur relative de son action et des variations subies par celle-ci suivant les facteurs que nous venons d'envisager. Par contre le pouvoir germicide du cuivre pourrait être utilisé avec avantage pour conserver dans des réservoirs, pendant plusieurs mois, des eaux de pluie ou des eaux de source peu souillées. Les eaux ainsi traitées ne renferment que des traces indosables de cuivre dont il est aisé de se débarrasser par filtration rapide sur sable ou sur coton.

A 16^h 10^m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16^h 30^m.

A. Lx

ERRATA.

(Séance du 28 décembre 1931.)

Note de Mie Foret, Sur le chromo, le sélénio et le sulfo-aluminate de chaux :

Page 1423, ligne 18, au lieu de

3 CaO. Al²O³. A² Ca. NH²O,

lire 3 Ca O . Al²O³ . A²Ca . n H²O .

Page 1424, ligne 13, au lieu de Bogne, lire Bogue.